

10. évfolyam – fakultációs foglalkozás

Óraszám: 36 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

<i>Témakör neve</i>	<i>Óraszám</i>
1. Halmazok	4
2. Matematikai logika	4
3. Hatvány, gyök	4
4. Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek	8
5. A kör és részei	6
6. Transzformációk, szerkesztések	6
7. Valószínűségszámítás	4
<i>Összes óraszám:</i>	<i>36</i>

1. Halmazok

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- Jártasságot szerez halmazelméleti feladatok megoldásában
- Tudja alkalmazni problémamegoldásra, matematikai modellek alkotására ismereteit

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- meg tudja állapítani halmazok számosságát
- ismeri a halmazműveleteket, tulajdonságaikat
- ismeri és alkalmazza az euklideszi szerkesztést
- ismer nevezetes pont-halmazokat

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Halmazok számossága
- Véges és végtelen halmazok, megszámlálható, nem megszámlálható halmazok
- Matematikatörténet: Georg Cantor
- Halmazműveletek és tulajdonságaik
- Halmazok felbontása diszjunkt halmazok uniójára
- Halmazok Descartes-szorzata
- Euklideszi szerkesztés fogalma, szerkesztések nevezetes pont-halmazok használatával
- A parabola, ellipszis, hiperbola – mint nevezetes pont-halmazok

Fogalmak: Véges és végtelen halmaz, unió, metszet, különbség, szimmetrikus differencia, komplementer halmaz, Descartes-féle szorzat, euklideszi szerkesztés, parabola, ellipszis, hiperbola.

Javasolt tevékenységek

- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”

- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok

2. Matematikai logika

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- A hétköznapi életben használt logikai következtetéseket és a matematikai logikában használt kifejezéseket össze tudja vetni
- Felfedezzen hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információkat, rendszerezze a célnak megfelelően
- Matematikai állításokat helyesen megfogalmazzon

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- Ismer több bizonyítási fajtát
- Ismer logikai műveleteket és alkalmazza őket feladatokban

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Matematikai tartalmú szöveg értelmezése
- Tétel kimondása, bizonyítása
- Direkt, indirekt bizonyítás
- Szükséges, elégséges, szükséges és elégséges feltétel
- Állítások megsejtése, bizonyítás vagy cáfolat megadása. Skatulyaelv
- Logikai műveletek: NEM, ÉS, VAGY, „minden”, „van olyan”, „ha...akkor”, „akkor és csak akkor”
- Logikai műveletek és halmazműveletek kapcsolata
- Logikai szita
- Skatulyaelv

Fogalmak: logikai műveletek, logikai szita, skatulyaelv, direkt bizonyítás, indirekt bizonyítás

Javasolt tevékenységek

- Logikai készséget fejlesztő játékok, például „Einstein-fejtörő”
- Stratégiai játékok, például egyszerű NIM játékok, táblás játékok
- Tudatos pénzügyi tervezést segítő játékok
- Tantárgyi koordináció: magyar nyelv és irodalom: érvelés, vitakultúra fejlesztése; fizika: logikai áramkörök

3. Hatvány, gyök

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és alkalmazza az n -edik gyök fogalmát, azonosságait
- ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold magasabb szintű n -edik gyökös feladatokat
- biztonsággal számol magasabb szintű racionális kitevőjű hatványt tartalmazó feladatokat

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az n -edik gyök fogalmának, azonosságainak ismerete és alkalmazása
- Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén, azonosságaik alkalmazása
- A hatványozás szemléletes és értelmezése irracionális kitevő esetén
- Gyöktelenítés (számláló, nevező), kivétel a gyökjel alól, bevétel a gyökjel alá
- Tudja indirekt bizonyítani: \sqrt{n} irracionális, ha n nem négyzetszám;
- Vannak ismeretei a szerkeszthetőség kérdéséről e témakörben;

Fogalmak: négyzetgyök, n -edik gyök, racionális kitevő, permanencia-elv

Javasolt tevékenységek

- A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
- Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában

4. Másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek

Óraszám: 8 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkeszlet-vizsgálattal ellenőrzi;
- megold magasabb szintű másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, egyenletrendszereket, paraméteres egyenleteket, magasabb fokú egyenleteket, szélsőérték problémákat, négyzetgyökös és n -edik gyökös egyenleteket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megold másodfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket;

- ismeri és alkalmazza a diszkriminánst, a megoldóképletet és a gyöktényező alakot, Viète-formulákat;
- megold magasabb fokú, n-edik gyökös, paraméteres és szimmetrikus egyenleteket

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Megoldóképlet bizonyítása
- Teljes négyzetté alakítás
- Másodfokú egyismeretlenes egyenletek megoldása algebrai és grafikus úton
- Diszkriminánst, gyöktényező alak
- Viète-formulák alkalmazása, bizonyítása
- Szélsőértékfeladatok megoldása a számtani és mértani közép közötti egyenlőtlenség felhasználásával és grafikusan
- Másodfokúra visszavezethető egyenletek
- Másodfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok
- Másodfokú paraméteres egyenletek
- Négyzetgyökös egyenlőtlenségek
- Magasabb szintű gyökös egyenletek
- Az egyenlet ekvivalens és nem ekvivalens megoldási lépéseinek fogalma
- Aranymetszés fogalma, az aranymetszési arány bizonyítása

Fogalmak: másodfokú egyenlet megoldóképlete, diszkriminánst, gyöktényező alak, ekvivalens átalakítás, Viète-formulák, paraméteres egyenlet, szélsőérték, magasabb fokú egyenlet

Javasolt tevékenységek

- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása során
- Tanulói kiselőadás tartása magasabb fokú egyenletek megoldásának történetéről, érdekességeiről
- Kapcsolódás: fizika – egyenletesen gyorsuló mozgás
- Aranymetszés példák ismerete (festészet, építészet, biológia stb.)
- Szimmetrikus egyenletek megoldása

5. A kör és részei

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- változatos feladatokban geometriai ismereteit gyarapítsa és a geometriai szemléletmódját fejlessze
- szerkesztéseket végezzen
- szerkesztési feladatokat kövessen számítógépes programokkal
- megismerjen a körrel kapcsolatos tételeket

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer és bizonyít körrel kapcsolatos tételeket (érintőnéyszög, húrnégyszög, szelőszakasz), ismeri a pontnak körre vonatkozó hatványa fogalmakat

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Kör érintőjének fogalma, kapcsolata az érintési pontba húzott sugárral
- Középponti szög, a hozzá tartozó körív és körcikk fogalma
- Kerületi és középponti szögek tételének, kerületi szögek tételének ismerete és bizonyítása
- Látószög körív ismerete, szerkesztése
- Érintőnéyszög, húrnégyszög tétel ismerete, bizonyítása
- Érintő és szelőszakaszok tételének és a szelőszakaszok tételének ismerete, bizonyítása
- pontnak körre vonatkozó hatványa fogalmának ismerete

Fogalmak: középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok, érintőnéyszög, húrnégyszög

Javasolt tevékenységek

- érintő és szelőszakaszok tétel felfedeztetése számítógépes program segítségével

6. Transzformációk, szerkesztések

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- változatos feladatokban geometriai ismereteit gyarapítsa és a geometriai szemléletmódját fejlessze
- szerkesztéseket végezzen
- szerkesztési feladatokat kövessen számítógépes programokkal
- ismerje a hasonlósággal kapcsolatos alapvető fogalmakat és tételeket és bizonyításokat

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismer hasonlósággal kapcsolatos tételeket, ezeket alkalmazza magasabb szintű feladatokban
- gyakorlati feladatok hasonlósággal történő megoldásában jártasságot szerez (például alaprajz-, térképkészítés, modellezés)

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Megismeri és bizonyítja a párhuzamos szelők tételét, megfordítását, következményeket: szögfelező tétel, a párhuzamos szelőszakaszok tétele
- Tud negyedik arányost szerkeszteni
- Megismeri az Euler-egyenes és a Feuerbach-kör fogalmát, ezeket bizonyítja
- Ismeri és bizonyítja az arányossági tételeket a háromszögekben: magasságtétel, befogótétel
- Ismeri a számtani és a mértani, négyzetes és harmonikus közép közötti egyenlőtlenséget, algebrai és geometriai bizonyítást tud adni, tud mértani középet szerkeszteni

Fogalmak: középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya, számtani közép, mértani közép, harmonikus közép, négyzetes közép

Javasolt tevékenységek

- Az iskola közelében lévő magas épület (például templomtorony) magasságának meghatározása egy egyenes bot segítségével a bot és az épület árnyékának méréséből („Thalész-módszer”) csoportmunkában
- Valódi távolságok, valódi útvonalak hosszának meghatározása papíralapú térkép alapján
- Feuerbach-kör – számítógépes programmal követés a kiindulási adatok változása esetén
- Fizika: hasonlóság alkalmazása geometriai optikai feladatokban

7. Valószínűségszámítás

Óraszám: 4 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- konkrét valószínűségi kísérletek esetében az esemény, eseménytér, elemi esemény, relatív gyakoriság, valószínűség, egymást kizáró események, független események fogalmát megkülönbözteti és alkalmazza
- képes a valószínűség meghatározására kombinatorikus eszközökkel

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- tapasztalatai alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel;
- véletlen kísérletek adatait rendszerezi, relatív gyakoriságokat számol
- megold magasabb szintű feladatokat

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése
- A valószínűség fogalmának bevezetése statisztikai alapon
- A klasszikus valószínűségi modell fogalma és alkalmazása
- Véletlen jelenségek megfigyelése.
- Kockadobások, pénzérme
- A valószínűség meghatározása kombinatorikus eszközökkel

Fogalmak: valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény, gyakoriság, relatív gyakoriság, valószínűség

Javasolt tevékenységek

- Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmékkal); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére

- Játékokban a szerencsefaktor vizsgálata, például „Ki nevet a végén” játék esetében az első hatos dobás eloszlása
- Különböző társasjátékokban stratégia meghatározása, döntéshozatal esélylatolgatás alapján
- Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása