

## 9. évfolyam, fakultációs foglalkozás

Óraszám: 36 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

<i>Témakör neve</i>	<i>Óraszám</i>
1. Számelmélet	6
2. Betűs kifejezések	6
3. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek	6
4. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok	6
5. Geometriai alapismeretek	6
6. Transzformációk, szerkesztések	6
	<i>Összes óraszám:</i> 36

### 1. Számelmélet

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- A korábbi években szerzett számelméleti ismereteit elmélyítse, bővítse
- Jártasságot szerezzen oszthatósági problémák megoldásában, teljes indukció alkalmazásában
- Megismerje az oszthatósági szabályokat nem tízes alapú számrendszerekben

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- Meg tud oldani számelméleti feladatokat az oszthatóság, prímek, számrendszerek témakörében
- Meg tud oldani nem tízes alapú számrendszerekben feladatokat
- Ismeri a teljes indukciós bizonyítást

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Fogalmak ismerete: osztó, többszörös, oszthatóság, maradékos osztás, oszthatósági szabályok, prímszám, ikerprím, Mersenne-prím, összetett szám, prímtényező felbontás, tökéletes, szűkített és bővített szám
- Euklideszi algoritmus
- Számelmélet alaptétele
- Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös
- Osztók számának meghatározása a prímtényező felbontásból
- Algebrai azonosságok alkalmazása oszthatósági feladatokban: kiemelés, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok
- Végtelen sok prímszám van
- Teljes indukció
- Számrendszerek: számok felírása különböző alapú számrendszerekben
- Műveletek végzése különböző alapú számrendszerekben
- Oszthatósági szabályok nem tízes alapú számrendszerekben

Fogalmak: Osztó, többszörös, oszthatóság, maradékos osztás, oszthatósági szabályok, prím, prímtényező felbontás, összetett szám, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös, euklideszi algoritmus, prímszám

Javasolt tevékenységek

- Internetes anyaggyűjtés: Titkosítás-prímek
- Internetes anyaggyűjtés: megoldatlan számelméleti problémák

## 2. Betűs kifejezések

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- A korábbi években szerzett algebrai ismereteit elmélyítse, bővítse
- Jártasságot szerezzen algebrai feladatok megoldásában
- Jártasságot szerez nevezetes azonosságok alkalmazásával megoldható feladatokban

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- műveleteket végez algebrai kifejezésekkel
- ismer és alkalmaz algebrai azonosságokat
- átalakít algebrai kifejezéseket összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- ismeri a binomiális együttható fogalmát

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Műveletek algebrai kifejezésekkel
- Műveleti azonosságok ismerete és alkalmazása egyenletek megoldása során
- $(a \pm b)^n$  – binomiális tétel, Pascal-háromszög, binomiális együttható
- $(a + b + c)^2$
- $a^n - b^n$
- $a^n + b^n$  (ha  $n$  páratlan)
- Célszerű alkalmazás módjának megtalálása
- Algebrai kifejezések átalakítása összevonás, szorzattá alakítás, nevezetes azonosságok alkalmazásával
- Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel

Fogalmak: összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom, algebrai tört, Pascal háromszög, binomiális együttható

Javasolt tevékenységek

- A nevezetes azonosságok geometriai megjelenítése
- Számolási „trükkök” a nevezetes azonosságok segítségével, például kétjegyű számok négyzetének,  $99 \cdot 101$  típusú szorzat eredményének kiszámolása fejben

### 3. Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek

Óraszám: 6 óra

#### Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
- adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
- a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
- a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
- a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg választát;
- felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot;
- egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- ismeri és alkalmazza a következő egyenletmegoldási módszereket: mérlegelv, grafikus megoldás, szorzattá alakítás;
- megold elsőfokú egyismeretlenes egyenleteket és egyenlőtlenségeket, elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszereket

#### Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Egyenletek algebrai megoldása: ekvivalens átalakítások, megoldás keresése szorzattá alakítással,
- az értelmezési tartomány és az értékkészlet vizsgálata az egyenlet megoldásának keresésében
- Elsőfokú egyenlettel megoldható szöveges feladatok
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása behelyettesítéssel, közös együtthatók módszerével, grafikusan
- Abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek
- Paraméteres egyenletek, egyenletrendszerek
- Diofantoszi egyenletek

Fogalmak: alaphalmaz, megoldáshalmaz, mérlegelv, elsőfokú egyenlet, egyenlőtlenség, értelmezési tartomány, azonosság, ekvivalens átalakítás, hamis gyök, egyenletrendszer, egyenlőtlenség, abszolút érték, paraméteres egyenlet, diofantoszi egyenlet

#### Javasolt tevékenységek

- Egyenletrendszer megoldása más módszerekkel (Determináns fogalma, Cramer-szabály, Gauss módszer)
- Szöveges feladatok megoldása több különböző úton, a különböző megoldások összehasonlítása előnyök és hátrányok szempontjából
- Hiányos, túlhatározott, illetve ellentmondó adatokat tartalmazó problémák vizsgálata
- Adott egyenlethez szöveges feladat alkotása és „feladatküldés” csoportmunkában
- Digitális eszköz használata egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek grafikus megoldása során; a digitális eszközzel történő ábrázolás előnyeinek és hátrányainak megbeszélése

- Elsőfokú egyenlettel, egyenlőtlenséggel, egyenletrendszerrel megoldható szöveges feladatok megoldása (például út-idő-sebesség, közös munkavégzés, keveréssel feladatok, pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok)

#### 4. A függvény fogalma, függvénytulajdonságok

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
- adott értékészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli
- függvényt transzformál
- függvényt vizsgál képlettel megadott függvény és grafikon alapján

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megad hétköznapi életben előforduló hozzárendeléseket
- adott képlet alapján helyettesítési értékeket számol, és azokat táblázatba rendezi
- táblázattal megadott függvény összetartozó értékeit ábrázolja koordináta-rendszerben
- ábrázol és jellemez függvényeket
- ismeri és alkalmazza a belső függvénytranszformációt
- ismeri és alkalmazza a paritás és konvexitás fogalmát
- Fejlesztési feladatok és ismeretek

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Függvények alkalmazása valós, hétköznapi helyzetek jellemzésére, gyakorlati problémák megoldására
- Kapcsolat a geometriai transzformációkkal
- A tanult függvények többlépéses transzformációi az alábbiak összetételével:  
 $f(x) + c; f(x + c); c \cdot f(x); |f(x)|; f(c \cdot x)$ .
- Függvények jellemzése a transzformációk figyelembevételével

Fogalmak: egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés, értelmezési tartomány, képhalmaz, értékészlet, helyettesítési érték, szélsőérték, zérushely, növekedés, fogyás, paritás, konvexitás

Javasolt tevékenységek

- Összetett, valódi helyzetekkel, például demográfiai kérdésekkel, pénzügyi feladatokkal kapcsolatos grafikonok elemzése csoportmunkában
- Hétköznapi helyzetekben időben változó folyamatokkal kapcsolatos mérések végzése és a mért adatok ábrázolása koordináta-rendszerben (például hőmérséklet)
- A tanulók mindennapi életéhez kapcsolódó grafikonok ábrázolása és elemzése (például út-idő grafikon az iskolába való eljutásról)
- Függvények ábrázolása digitális eszköz segítségével
- Szöveges feladatok megoldása grafikus úton

- Algebrai úton nem vagy nehezen megoldható egyenletek közelítő megoldása grafikus úton digitális eszköz segítségével

## 5. Geometriai alapismeretek

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- A geometriai szemléletében fejlődjön, geometriai fogalmai mélyüljenek, és ezeket alkalmazza geometriai feladatokban
- Képes valós probléma geometriai modelljének megalkotására, számítások végzésére a modell alapján, és az eredmények összevetésére a valósággal

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- megismer újabb geometriai fogalmakat, tételeket, bizonyításokat
- ismert tételeket bizonyít
- alkalmazza a feladatmegoldásban e tételeket

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A háromszögek nevezetes vonalai és körei (ismétlés, pontos bizonyítások megadása, ismeretek bővítése)
- Euler-egyenes
- Feuerbach-kör
- Pitagorasz tétele és a tétel megfordítása (pontos bizonyítás megadása).
- Számítási feladatok síkban és térben
- A tételt és megfordítását alkalmazzuk bizonyítási feladatokban
- $\sqrt{n}$  szerkesztése
- Matematikatörténet: Pitagorasz
- Thalész tétele és a tétel megfordítása (pontos bizonyítás megadása)
- Szerkesztési és bizonyítási feladatok
- Körérintő szerkesztése

Fogalmak: Térelem, axióma, Pitagorasz-tétel, Thalész-tétel

Javasolt tevékenységek

- Feuerbach-kör bemutatása grafikus szerkesztő programmal
- Tantárgyi integráció: Fizika - vektor felbontása merőleges összevőkire

## 6. Transzformációk, szerkesztések

Óraszám: 6 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- geometriai transzformációk terén szerzett ismereteit elmélyíti és kibővíti

- ismeri és alkalmazza a síkbeli egybevágósági transzformációkat és tulajdonságaikat; alakzatok egybevágóságát;
- ismeri és alkalmazza a geometriai transzformációk szorzatát

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

- Ismer geometriai transzformációkat, alkalmazza őket problémamegoldásban
- Felismeri a szimmetria szerepét a matematikában, a valóságban
- Tájékozódik valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján
- Megalkot a valós problémák alapján geometriai modelleket, számításait összeveti a valósággal
- Ismer nem távolságtartó geometriai hozzárendeléseket (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, ferde vetítés, merőleges affinitás)

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Geometriai transzformáció fogalma
- A geometriai transzformációk tulajdonságai
- Egybevágósági transzformációk rendszerező ismételése
- Geometriai transzformációk szorzata
- Egybevágósági transzformációk előállítása tengelyes tükrözések szorzataként.
- Csúsztatva tükrözés. Forgatások szorzata
- Nem távolságtartó geometriai hozzárendelések (merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, ferde vetítés, merőleges affinitás)
- Szimmetrikus alakzatok

Fogalmak: Geometriai transzformáció, egybevágósági és hasonlósági transzformáció, szimmetrikus alakzat, merőleges vetítés, párhuzamos vetítés, ferde vetítés, merőleges affinitás

Javasolt tevékenységek

- Gyakorlati példák keresése geometriai hozzárendelésekre, például fényképezés, filmvetítés
- M. C. Escher és Victor Vasarely néhány interneten is elérhető alkotásának elemzése a szimmetriák szempontjából; hasonló módszerrel képek alkotása
- A sík parkettázása egybevágó háromszögekkel, négyszögekkel papírsablonok vagy dinamikus geometriai szoftver segítségével
- A tengelyes vagy középpontos szimmetriára alapozó stratégiai játékok (például pénzforgató, színezős) páros munkában