A

13. Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán!

$$\cos^2 x + 4\cos x = 3\sin^2 x .$$

12 pont	

14. Egy számtani sorozat második tagja 17, harmadik tagja 21.

a) Mekkora az első 150 tag összege?

Kiszámoltuk ebben a sorozatban az első 111 tag összegét: 25 863.

b) Igaz-e, hogy 25 863 számjegyeit tetszőleges sorrendben felírva mindig hárommal osztható számot kapunk? (Válaszát indokolja!)

c) Gábor olyan sorrendben írja fel 25 863 számjegyeit, hogy a kapott szám néggyel osztható legyen. Milyen számjegy állhat a tízes helyiértéken? (Válaszát indokolja!)

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	

15. Egy dolgozatnál az elérhető legmagasabb pontszám 100 volt. 15 tanuló eredményeit tartalmazza a következő táblázat:

Elért pontszám	100	95	91	80	65	31	17	8	5
A dolgozatok száma	3	2	1	2	1	2	2	1	1

a) Határozza meg az összes dolgozat pontszámának átlagát (számtani közepét), móduszát és mediánját!

b) A dolgozatok érdemjegyeit az alábbi táblázat alapján kell megállapítani!

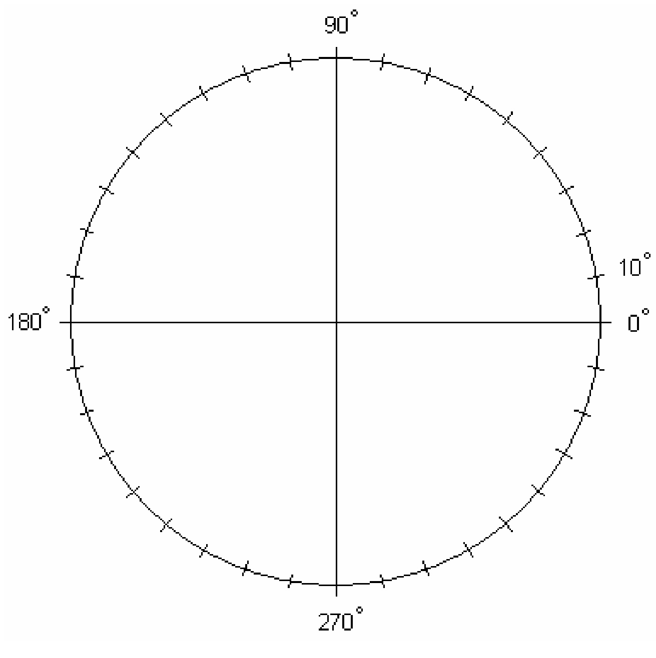
Pontszám	Osztályzat
80 – 100	jeles
60 – 79	jó
40 – 59	közepes
20 – 39	elégséges
0 – 19	elégtelen

Ennek ismeretében töltse ki a következő táblázatot!

Osztályzat	jeles	jó	közepes	elégséges	elégtelen
A dolgozatok száma					

c) Készítsen kördiagramot az osztályzatok megoszlásáról! Adja meg az egyes körcikkekhez tartozó középponti szögek értékét is!

a)	5 pont	
b)	2 pont	
c)	5 pont	



B

A 16.–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

16. Egy forgáskúp alapkörének átmérője egyenlő a kúp alkotójával. A kúp magasságának hossza $5\sqrt{3}$ cm. Készítsen vázlatot!

a) Mekkora a kúp felszíne?
b) Mekkora a kúp térfogata?
c) Mekkora a kúp kiterített palástjának középponti szöge?

a)	9 pont	
b)	2 pont	
c)	6 pont	

A 16.–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

17. Anna és Zsuzsi is szeretné megvenni az újságosnál az egyik magazint, de egyik lánynak sincs elegendő pénze. Anna pénzéből hiányzik a magazin árának 12%-a, Zsuzsi pénzéből pedig az ár egyötöde. Ezért elhatározzák, hogy közösen veszik meg a magazint. A vásárlás után összesen 714 Ft-juk maradt.

a) Mennyibe került a magazin, és mennyi pénzük volt a lányoknak külön-külön a vásárlás előtt?

b) A maradék 714 Ft-ot igazságosan akarják elosztani, azaz úgy, hogy a vásárlás előtti és utáni pénzük aránya azonos legyen. Hány forintja maradt Annának, illetve Zsuzsinak az osztozkodás után?

a)	10 pont	
b)	7 pont	

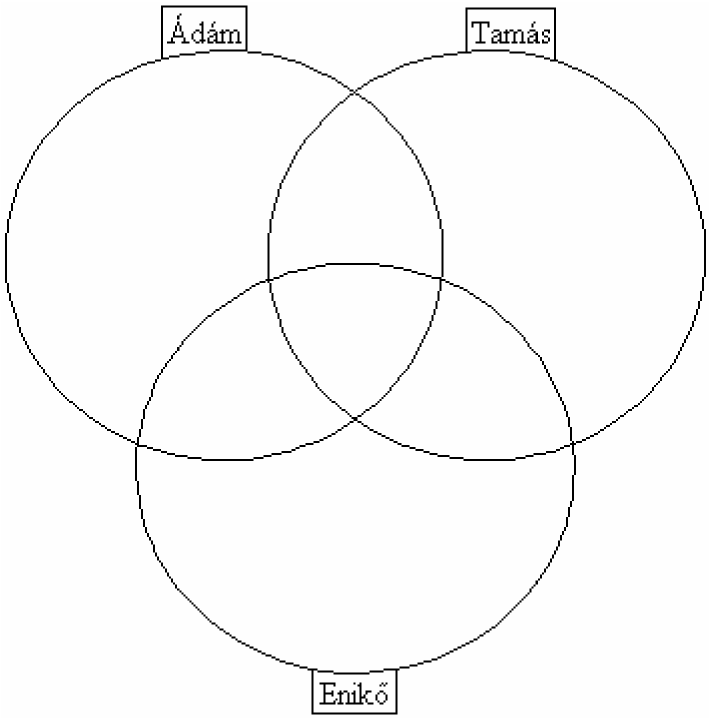
A 16.–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon az üres négyzetbe!

18. Egy rejtvényújságban egymás mellett két, szinte azonos rajz található, amelyek között 23 apró eltérés van. Ezek megtalálása a feladat.
Először Ádám és Tamás nézték meg figyelmesen az ábrákat: Ádám 11, Tamás 15 eltérést talált, de csak 7 olyan volt, amelyet mindketten észrevettek.

a) Hány olyan eltérés volt, amelyet egyikük sem vett észre?

Közben Enikő is elkezdte számolni a eltéréseket, de ő sem találta meg az összeset. Mindössze 4 olyan volt, amelyet mind a hárman megtaláltak. Egyeztetve kiderült, hogy az Enikő által bejelöltekből hatot Ádám is, kilencet Tamás is észrevett, és örömmel látták, hogy hárman együtt az összes eltérést megtalálták.

b) A feladat szövege alapján töltse ki az alábbi halmazábrát arról, hogy ki hányat talált meg!



c) Fogalmazza meg a következő állítás tagadását!
Enikő minden eltérést megtalált.

d) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy eltérést véletlenszerűen kiválasztva, azt legalább ketten megtalálták?

a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	2 pont	
d)	4 pont	

A

13. Oldja meg a következő egyenleteket:

a) $9^x - 2 \cdot 3^x - 3 = 0$

b) $\sin^2 x = 2\sin x + 3$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

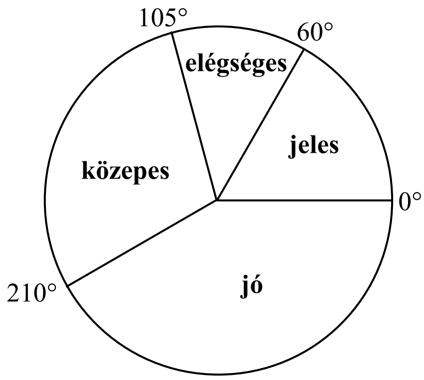
14. Egy szabályos háromszög alapú egyenes hasáb alapéle 8 cm hosszú, palástjának területe (az oldallapok területösszege) hatszorosa az egyik alaplap területének. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?

Ö.:	12 pont	

15. A 12. évfolyam tanulói magyarból próbaérettségit írtak. Minden tanuló egy kódszámot kapott, amely az 1, 2, 3, 4 és 5 számjegyekből mindegyiket pontosan egyszer tartalmazta valamilyen sorrendben.

a) Hány tanuló írta meg a dolgozatot, ha az összes képezhető kódszámot mind kiosztották?

b) Az alábbi kördiagram a dolgozatok eredményét szemlélteti:



Adja meg, hogy hány tanuló érte el a szereplő érdemjegyeket! Válaszát foglalja táblázatba, majd a táblázat adatait szemléltesse oszlopdiagramon is!

c) Az összes megírt dolgozatból véletlenszerűen kiválasztunk egyet. Mennyi a valószínűsége annak, hogy jeles vagy jó dolgozatot veszünk a kezünkbe?

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Adott a következő egyenletrendszer:

(1) $2\lg(y+1)=\lg(x+11)$

(2) $y=2x$

a) Ábrázolja derékszögű koordináta-rendszerben azokat a $P(x;\ y)$ pontokat, amelyeknek koordinátái kielégítik a (2) egyenletet!

b) Milyen x, illetve y valós számokra értelmezhető mindkét egyenlet?

c) Oldja meg az egyenletrendszert a valós számpárok halmazán!

d) Jelölje meg az egyenletrendszer megoldáshalmazát az **a)** kérdéshez használt derékszögű koordináta-rendszerben!

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	11 pont	
d)	2 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy televíziós játékban 5 kérdést tehet fel a játékvezető. A játék során a versenyző, ha az első kérdésre jól válaszol, 40 000 forintot nyer. Minden további kérdés esetén döntenie kell, hogy a játékban addig megszerzett pénzének 50, 75 vagy 100 százalékát teszi-e fel. Ha jól válaszol, feltett pénzének kétszeresét kapja vissza, ha hibázik, abba kell hagynia a játékot, és a fel nem tett pénzét viheti haza.

a) Mennyi pénzt visz haza az a játékos, aki mind az öt feltett kérdésre jól válaszol, s bátran kockáztatva mindig a legnagyobb tétet teszi meg?

b) Az a játékos, aki mindig helyesen válaszol, de óvatos, és a négy utolsó fordulóban pénzének csak 50%-át teszi fel, hány forintot visz haza?

c) A vetélkedő során az egyik versenyző az első négy kérdésre jól válaszolt. A második kérdésnél a pénzének 100%-át, a 3., 4. és 5. kérdés esetén pénzének 75%-át tette fel. Az 5. kérdésre sajnos rosszul válaszolt. Hány forintot vihetett haza ez a játékos?

d) Egy versenyző mind az 5 fordulóban jól válaszol, és közben minden fordulóban azonos eséllyel teszi meg a játékban megengedett lehetőségek valamelyikét. Mennyi annak a valószínűsége, hogy az elnyerhető maximális pénzt viheti haza?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy függőleges tartórúdra a talajtól 4 m magasan mozgásérzékelőt szereltek, a hozzákapcsolt lámpa 140º-os nyílásszögű forgáskúpban világít függőlegesen lefelé.

a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével!

b) Milyen messze van a lámpától a legtávolabbi megvilágított pont?

c) Megvilágítja-e az érzékelő lámpája azt a tárgyat, amelyik a talajon a tartórúd aljától 15 m távolságra van?

d) A tartórúdon méterenként kampókat helyeztünk el, amelyekre fel tudjuk akasztani a mozgásérzékelő lámpáját. Alulról számítva hányadik kampót használjuk, ha azt akarjuk, hogy a vízszintes talajon ne világítson meg a lámpa 100 m^2-nél nagyobb területet?

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13.

a) Oldja meg a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

b) Oldja meg az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

c) Legyen az A halmaz a $7 + x < -2 \cdot (x - 2)$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza, B pedig az $x^2 + x - 6 \leq 0$ egyenlőtlenség valós megoldásainak halmaza. Adja meg az $A \cup B$, $A \cap B$ és $B \setminus A$ halmazokat!

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. A városi középiskolás egyéni teniszbajnokság egyik csoportjába hatan kerültek: András, Béla, Csaba, Dani, Ede és Feri. A versenykiírás szerint bármely két fiúnak pontosan egyszer kell játszania egymással. Eddig András már játszott Bélával, Danival és Ferivel. Béla játszott már Edével is. Csaba csak Edével játszott, Dani pedig Andráson kívül csak Ferivel. Ede és Feri egyaránt két mérkőzésen van túl.

a) Szemléltesse gráffal a lejátszott mérkőzéseket!

b) Hány mérkőzés van még hátra?

c) Hány olyan sorrend alakulhat ki, ahol a hat versenyző közül Dani az első két hely valamelyikén végez?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy gyertyagyárban sokféle színű, formájú és méretű gyertyát készítenek. A folyékony, felhevített viaszt különféle formákba öntik. Az öntőhelyek egyikén négyzet alapú egyenes gúlát öntenek, melynek alapéle 5 cm, oldaléle 8 cm hosszú.

a) Számítsa ki ennek a gúla alakú gyertyának a térfogatát!
(Az eredményt cm^3-ben, egészre kerekítve adja meg!)

Ezen az öntőhelyen az egyik műszakban 130 darab ilyen gyertyát gyártanak.

b) Hány liter viaszra van szükség, ha tudjuk, hogy a felhasznált anyag 6%-a veszteség?
(Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!)

A gúla alakú gyertyákat egyenként díszdobozba csomagolják.

c) Hány cm^2 papír szükséges 40 darab díszdoboz elkészítéséhez, ha egy doboz papírszükséglete a gúla felszínének 136%-a?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

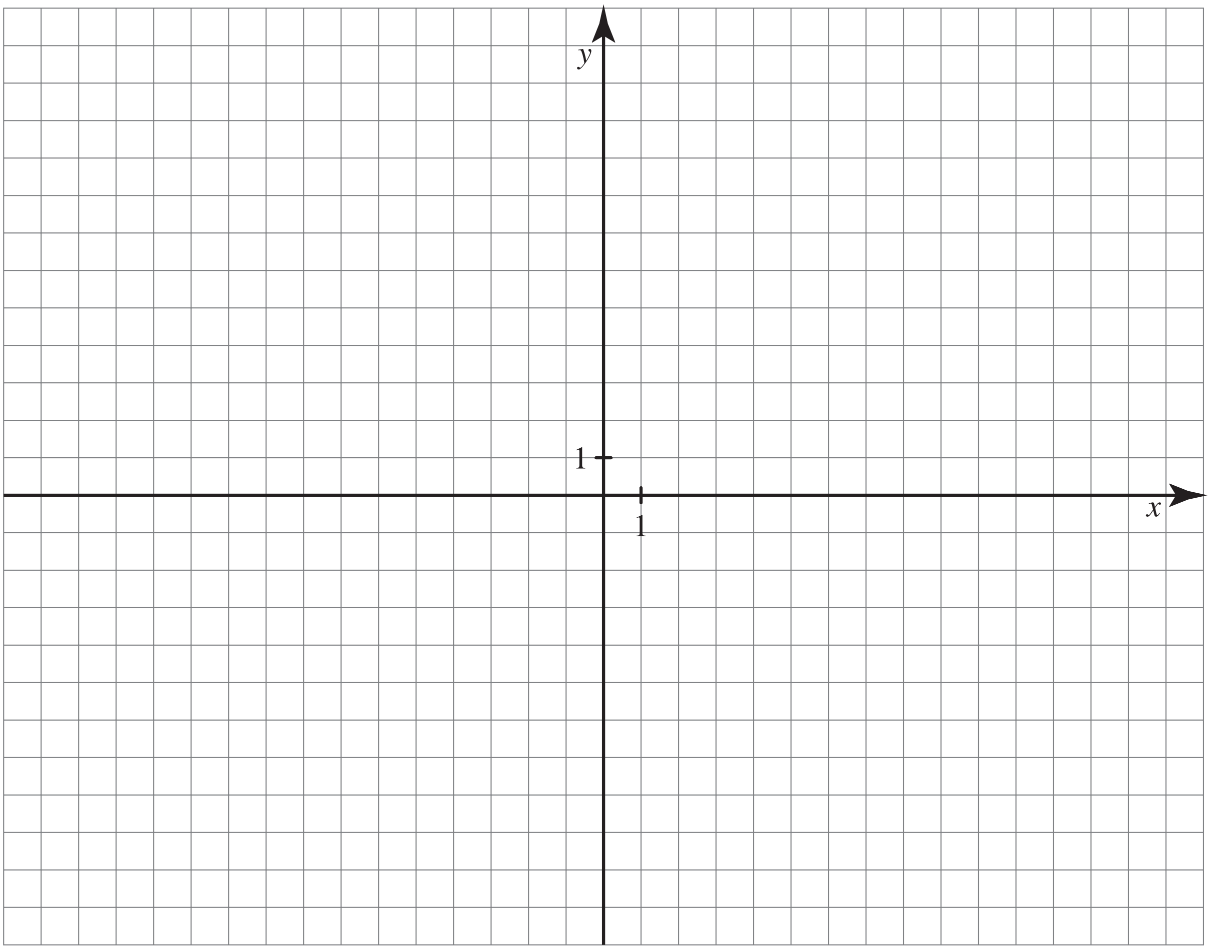
16.

a) Ábrázolja koordináta-rendszerben az e egyenest, melynek egyenlete $4x+3y=-11$.
Számítással döntse el, hogy a P (100; –136) pont rajta van-e az egyenesen!
Az egyenesen levő Q pont ordinátája (második koordinátája) 107.
Számítsa ki a Q pont abszcisszáját (első koordinátáját)!

b) Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét, ahol A(–5; 3) és B(1; –5).
Számítással döntse el, hogy az S (1; 3) pont rajta van-e a körön!

c) Adja meg az ABC háromszög C csúcsának koordinátáit, ha tudja, hogy az S (1; 3) pont a háromszög súlypontja!

a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	



A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy gimnáziumban 50 diák tanulja emelt szinten a biológiát. Közülük 30-an tizenegyedikesek és 20-an tizenkettedikesek. Egy felmérés alkalmával a tanulóktól azt kérdezték, hogy hetente átlagosan hány órát töltenek a biológia házi feladatok megoldásával. A táblázat a válaszok összesített eloszlását mutatja.

A biológia házi feladatok megoldásával hetente eltöltött órák száma*	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10
Tanulók száma	3	11	17	15	4

* A tartományokhoz az alsó határ hozzátartozik, a felső nem.

a) Ábrázolja oszlopdiagramon a táblázat adatait!

b) Átlagosan hány órát tölt a biológia házi feladatok megoldásával hetente ez az 50 tanuló?
Az egyes időintervallumok esetében a középértékekkel (1, 3, 5, 7 és 9 órával) számoljon!

Egy újságíró két tanulóval szeretne interjút készíteni. Ezért a biológiát emelt szinten tanuló 50 diák névsorából véletlenszerűen kiválaszt két nevet.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy az egyik kiválasztott tanuló tizenegyedikes, a másik pedig tizenkettedikes?

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy mindkét kiválasztott tanuló legalább 4 órát foglalkozik a biológia házi feladatok elkészítésével hetente?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18.

a) Határozza meg azt a háromjegyű számot, amelyről a következőket tudjuk:

- számjegyei a felírás sorrendjében egy számtani sorozat egymást követő tagjai;
- a szám értéke 53,5-szerese a számjegyei összegének;
- ha kivonjuk belőle az első és utolsó jegy felcserélésével kapott háromjegyű számot, akkor 594 az eredmény.

b) Sorolja fel azokat a 200-nál nagyobb háromjegyű számokat, amelyeknek számjegyei a felírás sorrendjében növekvő számtani sorozat tagjai!

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a **b)** kérdésben szereplő számok közül véletlenszerűen egyet kiválasztva, a kiválasztott szám osztható 9-cel!

a)	10 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenleteket!

a) $\lg(x+15)^2 - \lg(3x+5) = \lg 20$

b) $25^{\sqrt{x}} = 5 \cdot 5^{3\sqrt{x}}$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Adott a koordináta-rendszerben az $A(9\,;-8)$ középpontú, 10 egység sugarú kör.

a) Számítsa ki az $y=-16$ egyenletű egyenes és a kör közös pontjainak koordinátáit!

b) Írja fel a kör $P(1\,;-2)$ pontjában húzható érintőjének egyenletét!
Adja meg ennek az érintőnek az iránytangensét (meredekségét)!

a)	8 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számjegyek felhasználásával ötjegyű számokat készítünk az összes lehetséges módon (egy számjegyet többször is felhasználhatunk). Ezek között hány olyan szám van,

a) amely öt azonos számjegyből áll;
b) amelyik páros;
c) amelyik 4-gyel osztható?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy facölöp egyik végét csonka kúp alakúra, másik végét forgáskúp alakúra formálták. (Így egy forgástestet kaptunk.) A középső, forgáshenger alakú rész hossza 60 cm és átmérője 12 cm. A csonka kúp alakú rész magassága 4 cm, a csonka kúp fedőlapja pedig 8 cm átmérőjű. Az elkészült cölöp teljes hossza 80 cm.

a) Hány m^3 fára volt szükség 5000 darab cölöp gyártásához, ha a gyártáskor a felhasznált alapanyag 18%-a a hulladék?
(Válaszát egész m^3-re kerekítve adja meg!)

Az elkészült cölöpök felületét vékony lakkréteggel vonják be.

b) Hány m^2 felületet kell belakkozni, ha 5000 cölöpöt gyártottak?
(Válaszát egész m^2-re kerekítve adja meg!)

a)	8 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A Kis család 700 000 Ft megtakarított pénzét éves lekötésű takarékban helyezte el az *A* Bankban, kamatos kamatra. A pénz két évig kamatozott, évi 6%-os kamatos kamattal. (A kamatláb tehát ebben a bankban 6% volt.)

a) Legfeljebb mekkora összeget vehettek fel a két év elteltével, ha a kamatláb a két év során nem változott?

A Nagy család a *B* Bankban 800 000 Ft-ot helyezett el, szintén két évre, kamatos kamatra.

b) Hány százalékos volt a *B* Bankban az első év folyamán a kamatláb, ha a bank ezt a kamatlábat a második évre 3%-kal növelte, és így a második év végén a Nagy család 907 200 Ft-ot vehetett fel?

c) A Nagy család a bankból felvett 907 200 Ft-ért különféle tartós fogyasztási cikkeket vásárolt. Hány forintot kellett volna fizetniük ugyanezekért a fogyasztási cikkekért két évvel korábban, ha a vásárolt termékek ára az eltelt két év során csak a 4%-os átlagos éves inflációnak megfelelően változott? (A 4%-os átlagos éves infláció szemléletesen azt jelenti, hogy az előző évben 100 Ft-ért vásárolt javakért idén 104 Ft-ot kell fizetni.)

a)	3 pont	
b)	10 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy szerencsejáték a következőképpen zajlik:

A játékos befizet 7 forintot, ezután a játékvezető feldob egy szabályos dobókockát. A dobás eredményének ismeretében a játékos abbahagyhatja a játékot; ez esetben annyi Ft-ot kap, amennyi a dobott szám volt.

Dönthet azonban úgy is, hogy nem kéri a dobott számnak megfelelő pénzt, hanem újabb 7 forintért még egy dobást kér. A játékvezető ekkor újra feldobja a kockát. A két dobás eredményének ismeretében annyi forintot fizet ki a játékosnak, amennyi az első és a második dobás eredményének szorzata. Ezzel a játék véget ér.

Zsófi úgy dönt, hogy ha 3-nál kisebb az első dobás eredménye, akkor abbahagyja, különben pedig folytatja a játékot.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy Zsófi tovább játszik?

b) Zsófi játékának megkezdése előtt számítsuk ki, mekkora valószínűséggel fizet majd neki a játékvezető pontosan 12 forintot?

Barnabás úgy dönt, hogy mindenképpen két dobást kér majd. Áttekinti a két dobás utáni lehetséges egyenlegeket: a neki kifizetett és az általa befizetett pénz különbségét.

c) Írja be a táblázat üres mezőibe a két dobás utáni egyenlegeket!

		második dobás eredménye					
		1	2	3	4	5	6
első dobás eredménye	1	-13					
	2						
	3						
	4						10
	5						
	6						

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy Barnabás egy (két dobásból álló) játszmában nyer?

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Egy 2000. január elsejei népesség-statisztika szerint a Magyarországon élők kor és nem szerinti megoszlása (ezer főre) kerekítve az alábbi volt:

korcsoport (év)	férfiak száma (ezer fő)	nők száma (ezer fő)
0 - 19	1 214	1 158
20 - 39	1 471	1 422
40 - 59	1 347	1 458
60 - 79	685	1 043
80 -	75	170

a) Melyik korcsoport volt a legnépesebb?
A táblázat adatai alapján adja meg, hogy hány férfi és hány nő élt Magyarországon 2000. január 1-jén?

b) Ábrázolja egy közös oszlopdiagramon, két különböző jelölésű oszloppal a férfiak és a nők korcsoportok szerinti megoszlását!

c) Számítsa ki a férfiak százalékos arányát a 20 évnél fiatalabbak korcsoportjában, valamint a legalább 80 évesek között!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy vetélkedőn részt vevő versenyzők érkezéskor sorszámot húznak egy urnából. Az urnában 50 egyforma gömb van. Minden egyes gömbben egy-egy szám van, ezek különböző egész számok 1-től 50-ig.

a) Mekkora annak a valószínűsége, hogy az elsőnek érkező versenyző héttel osztható sorszámot húz?

A vetélkedő győztesei között jutalomként könyvutalványt szerettek volna szétosztani a szervezők. A javaslat szerint Anna, Bea, Csaba és Dani kapott volna jutalmat, az egyes jutalmak aránya az előbbi sorrendnek megfelelően $1:2:3:4$. Közben kiderült, hogy akinek a teljes jutalom ötödét szánták, önként lemond az utalványról. A zsűri úgy döntött, hogy a neki szánt 16 000 forintos utalványt is szétosztják a másik három versenyző között úgy, hogy az ő jutalmaik közötti arány ne változzon.

b) Összesen hány forint értékű könyvutalványt akartak a szervezők szétosztani a versenyzők között, és ki mondott le a könyvutalványról?

c) Hány forint értékben kapott könyvutalványt a jutalmat kapott három versenyző külön - külön?

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Valamely derékszögű háromszög területe 12 cm^2, az α hegyesszögéről pedig tudjuk, hogy $\operatorname{tg}\alpha = \frac{3}{2}$.

a) Mekkorák a háromszög befogói?

b) Mekkorák a háromszög szögei, és mekkora a köré írt kör sugara? (A szögeket fokokban egy tizedesjegyre, a kör sugarát centiméterben szintén egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a)	8 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A következő kérdések ugyanarra a 20 oldalú szabályos sokszögre vonatkoznak.

a) Mekkorák a sokszög belső szögei? Mekkorák a külső szögei?

b) Hány átlója, illetve hány szimmetriatengelye van a sokszögnek? Hány különböző hosszúságú átló húzható egy csúcsból?

c) Milyen hosszú a legrövidebb átló, ha a szabályos sokszög beírt körének sugara 15 cm? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Válaszait a megfelelő indoklás után a szemközti (11.) oldalon levő táblázatba is írja be!

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A valós számok halmazán értelmezett f másodfokú függvény grafikonját úgy kaptuk, hogy a $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $g(x)=\frac{1}{2}x^2$ függvény grafikonját a $\mathbf{v}\,(2;\,-4{,}5)$ vektorral eltoltuk.

a) Adja meg az f függvény hozzárendelési utasítását képlettel!
b) Határozza meg f zérushelyeit!
c) Ábrázolja f grafikonját a $[-2;6]$ intervallumon!

Oldja meg az egész számok halmazán a következő egyenlőtlenséget!

d) $\frac{1}{2}x^2 \le 2x+\frac{5}{2}$

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy ruházati nagykereskedés raktárában az egyik fajta szövetkabátból már csak 20 darab azonos méretű és azonos színű kabát maradt; ezek között 9 kabáton apró szövési hibák fordulnak elő. A nagykereskedés eredetileg darabonként 17 000 Ft-ért árulta a hibátlan és 11 000 Ft-ért a szövési hibás kabátokat. A megmaradt 20 kabát darabját azonban már egységesen 14 000 Ft-ért kínálja.
Egy kiskereskedő megvásárolt 15 darab kabátot a megmaradtakból. Ezeket egyenlő valószínűséggel választja ki a 20 kabát közül.

a) Számítsa ki, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztott kabátok között legfeljebb 5 olyan van, ami szövési hibás! (A valószínűséget három tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

b) Legfeljebb hány hibás kabát volt a 15 között, ha a kiskereskedő kevesebbet fizetett, mint ha a kabátokat eredeti árukon vásárolta volna meg?

a)	10 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Számítsa ki azt a két pozitív számot, amelyek számtani (aritmetikai) közepe 8, mértani (geometriai) közepe pedig 4,8.

Ö.:	12 pont	

14. Az ABC háromszög csúcspontjainak koordinátái: A(0; 0), B(–2; 4), C(4; 5).

a) Írja fel az AB oldal egyenesének egyenletét!

b) Számítsa ki az *ABC* háromszög legnagyobb szögét! A választ tized fokra kerekítve adja meg!

c) Számítsa ki az *ABC* háromszög területét!

a)	2 pont	
b)	7 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

15.

a) Rajzolja meg derékszögű koordinátarendszerben a $]-1;6]$ intervallumon értelmezett, $x \mapsto -|x-2|+3$ hozzárendelésű függvény grafikonját!

b) Állapítsa meg a függvény értékkészletét, és adja meg az összes zérushelyét!

c) Döntse el, hogy a $P(3{,}2\ ;\ 1{,}85)$ pont rajta van-e a függvény grafikonján! Válaszát számítással indokolja!

d) Töltse ki az alábbi táblázatot, és adja meg a függvényértékek (a hét szám) mediánját!

x	–0,5	0	1,7	2	2,02	4	5,5
$-\|x-2\|+3$							

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	2 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy középiskolába 620 tanuló jár. Az iskola diákbizottsága az iskolanapra három kiadványt jelentetett meg:

I. Diákok Hangja
II. Iskolaélet
III. Miénk a suli!

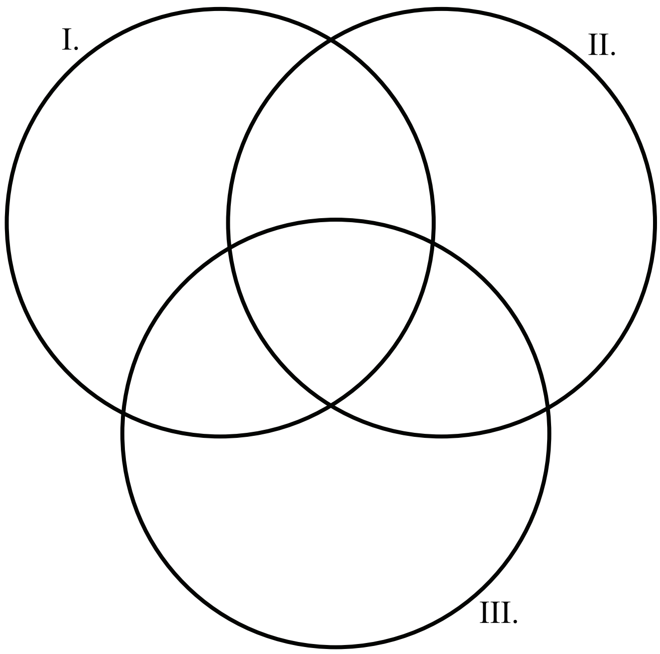
Később felmérték, hogy ezeknek a kiadványoknak milyen volt az olvasottsága az iskola tanulóinak körében.
A Diákok Hangját a tanulók 25%-a, az Iskolaéletet 40%-a, a Miénk a suli! c. kiadványt pedig 45%-a olvasta. Az első két kiadványt a tanulók 10%-a, az első és harmadik kiadványt 20%-a, a másodikat és harmadikat 25%-a, mindhármat pedig 5%-a olvasta.

a) Hányan olvasták mindhárom kiadványt?
b) A halmazábra az egyes kiadványokat elolvasott tanulók létszámát szemlélteti. Írja be a halmazábra mindegyik tartományába az oda tartozó tanulók számát!
c) Az iskola tanulóinak hány százaléka olvasta legalább az egyik kiadványt?

Az iskola 12. évfolyamára 126 tanuló jár, közöttük kétszer annyi látogatta az iskolanap rendezvényeit, mint aki nem látogatta. Az Iskolaélet című kiadványt a rendezvényeket látogatók harmada, a nem látogatóknak pedig a fele olvasta. Egy újságíró megkérdez két, találomra kiválasztott diákot az évfolyamról, hogy olvasták-e az Iskolaéletet.

d) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a két megkérdezett diák közül az egyik látogatta az iskolanap rendezvényeit, a másik nem, viszont mindketten olvasták az Iskolaéletet?

a)	2 pont	
b)	6 pont	
c)	2 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	



A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Statisztikai adatok szerint az 1997-es év utáni években 2003-mal bezárólag a világon évente átlagosan 1,1%-kal több autót gyártottak, mint a megelőző évben. A 2003-at követő években, egészen 2007-tel bezárólag évente átlagosan már 5,4%-kal gyártottak többet, mint a megelőző évben.
2003-ban összesen 41,9 millió autó készült.

a) Hány autót gyártottak a világon 2007-ben?
b) Hány autót gyártottak a világon 1997-ben?
Válaszait százezerre kerekítve adja meg!

2008-ban az előző évhez képest csökkent a gyártott autók száma, ekkor a világon összesen 48,8 millió új autó hagyta el a gyárakat. 2008-ban előrejelzés készült a következő 5 évre vonatkozóan. Eszerint 2013-ban 38 millió autót fognak gyártani. Az előrejelzés úgy számolt, hogy minden évben az előző évinek ugyanakkora százalékával csökken a termelés.

c) Hány százalékkal csökken az előrejelzés szerint az évenkénti termelés a 2008-at követő 5 év során?
Az eredményt egy tizedes jegyre kerekítve adja meg!

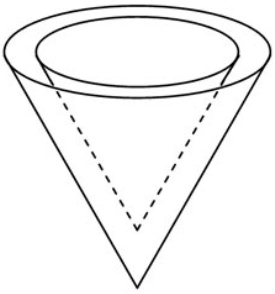
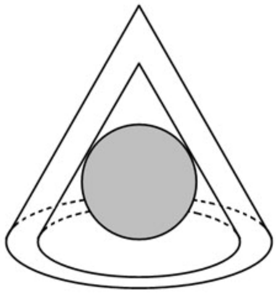
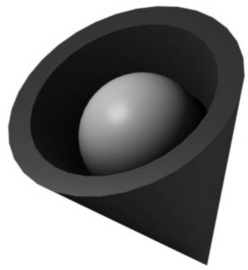
d) Elfogadjuk az előrejelzés adatát, majd azt feltételezzük, hogy 2013 után évente 3%-kal csökken a gyártott autók száma. Melyik évben lesz így az abban az évben gyártott autók száma a 2013-ban gyártottaknak a 76%-a?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Az egyik csokoládégyárban egy újfajta, kúp alakú desszertet gyártanak. A desszert csokoládéból készült váza olyan, mint egy tölcsér. (Lásd ábra.)

A külső és belső kúp hasonló, a hasonlóság aránya $\frac{6}{5}$. A kisebb kúp adatai: alapkörének sugara 1 cm, magassága 2,5 cm hosszú.

a) Hány cm^3 csokoládét tartalmaz egy ilyen csokoládéváz? A választ tizedre kerekítve adja meg!

Az elkészült csokoládéváz üreges belsejébe marcipángömböt helyeznek, ezután egy csokoládéból készült vékony körlemezzel lezárják a kúpot.

b) Hány cm a sugara a lehető legnagyobb méretű ilyen marcipángömbnek? A választ tizedre kerekítve adja meg!

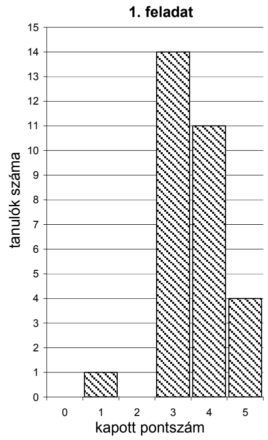
A marcipángömböket gyártó gép működése nem volt hibátlan. A mintavétellel végzett minőség-ellenőrzés kiderítette, hogy a legyártott gömbök 10%-ában a marcipángömb mérete nem felel meg az előírtnak.

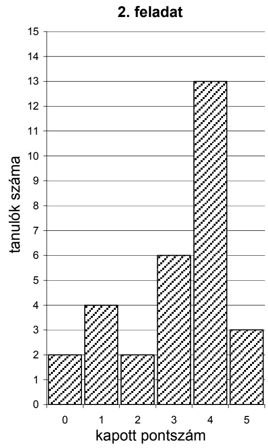
c) A már legyártott nagy mennyiségű gömb közül 10-et kiválasztva, mekkora annak a valószínűsége, hogy a kiválasztottak között pontosan 4-nek a mérete nem felel meg az előírásnak?
(A kérdezett valószínűség kiszámításához használhatja a binomiális eloszlás képletét.)

a)	5 pont	
b)	7 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Egy iskolai tanulmányi verseny döntőjébe 30 diák jutott be, két feladatot kellett megoldaniuk. A verseny után a szervezők az alábbi oszlopdiagramokon ábrázolták az egyes feladatokban szerzett pontszámok eloszlását:

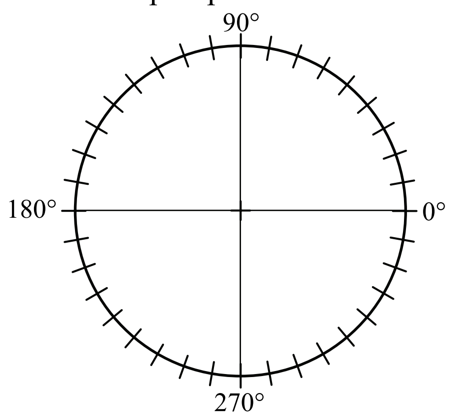




a) A diagramok alapján töltse ki a táblázat üres mezőit! Az első feladatra kapott pontszámok átlagát két tizedes jegyre kerekítve adja meg!

	1. feladat	2. feladat
pontszámok átlaga		3,10
pontszámok mediánja		

b) A megfelelő középponti szögek megadása után ábrázolja kördiagramon a 2. feladatra kapott pontszámok eloszlását!



c) A versenyen minden tanuló elért legalább 3 pontot. Legfeljebb hány olyan tanuló lehetett a versenyzők között, aki a két feladat megoldása során összesen pontosan 3 pontot szerzett?

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy autó ára újonnan 2 millió 152 ezer forint, a megvásárlása után öt évvel ennek az autónak az értéke 900 ezer forint.

a) A megvásárolt autó tulajdonosának a vezetési biztonságát a vásárláskor 90 ponttal jellemezhetjük. Ez a vezetési biztonság évente az előző évinek 6 %-ával nő. Hány pontos lesz 5 év elteltével az autótulajdonos vezetési biztonsága? Válaszát egész pontra kerekítve adja meg!

b) Az első öt év során ennek az autónak az értéke minden évben az előző évi értékének ugyanannyi százalékával csökken. Hány százalék ez az éves csökkenés? Válaszát egész százalékra kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az ABC háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-3;2)$, $B(3;2)$ és $C(0;0)$.

a) Számítsa ki az ABC háromszög szögeit!

b) Írja fel az ABC háromszög körülírt körének egyenletét!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy 12 cm oldalhosszúságú négyzetet megforgatunk az egyik oldalával párhuzamos szimmetriatengelye körül.

a) Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne?
A felszínt egész cm^2-re, a térfogatot egész cm^3-re kerekítve adja meg!

Ugyanezt a négyzetet forgassuk meg az egyik átlóját tartalmazó forgástengely körül!

b) Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne?
A felszínt egész cm^2-re, a térfogatot egész cm^3-re kerekítve adja meg!

c) A forgástestek közül az utóbbinak a felszíne hány százaléka az első forgatással kapott forgástest felszínének?

a)	6 pont	
b)	9 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy új típusú, az alacsonyabb nyomások mérésére kifejlesztett műszer tesztelése során azt tapasztalták, hogy a műszer által mért p_m és a valódi p_v nyomás között a $\lg p_m = 0{,}8 \cdot \lg p_v + 0{,}301$ összefüggés áll fenn.

A műszer által mért és a valódi nyomás egyaránt pascal (Pa) egységekben szerepel a képletben.

a) Mennyit mér az új műszer 20 Pa valódi nyomás esetén?

b) Mennyi valójában a nyomás, ha a műszer 50 Pa értéket mutat?

c) Mekkora nyomás esetén mutatja a műszer a valódi nyomást?

A pascalban kiszámított értékeket egész számra kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. András, Balázs, Cili, Dóra és Enikő elhatározták, hogy sorsolással döntenek arról, hogy közülük ki kinek készít ajándékot. Úgy tervezték, hogy a neveket ráírják egy-egy papírcetlire, majd a lefelé fordított öt cédulát összekeverik, végül egy sorban egymás mellé leteszik azokat az asztalra. Ezután, keresztnevük szerinti névsorban haladva egymás után vesznek el egy-egy cédulát úgy, hogy a soron következő mindig a bal szélső cédulát veszi el.

a) Mennyi a valószínűsége, hogy az elsőnek húzó Andrásnak a saját neve jut?

b) Írja be az alábbi táblázatba az összes olyan sorsolás eredményét, amelyben csak Enikőnek jut a saját neve! A táblázat egyes soraiban az asztalon lévő cédulák megfelelő sorrendjét adja meg!
(A megadott táblázat sorainak a száma lehet több, kevesebb vagy ugyanannyi, mint a felsorolandó esetek száma. Ennek megfelelően hagyja üresen a felesleges mezőket, vagy egészítse ki újabb mezőkkel a táblázatot, ha szükséges!)

	A húzó neve				
	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A cédulák megfelelő sorrendjei					E
					E
					E
					E
					E
					E

	A húzó neve				
	A	**B**	**C**	**D**	**E**
A cédulák megfelelő sorrendjei					E
					E
					E
					E
					E
					E

c) Az ajándékok átadása után mind az öten moziba mentek, és a nézőtéren egymás mellett foglaltak helyet. Hány különböző módon kerülhetett erre sor, ha tudjuk, hogy a két fiú nem ült egymás mellett?

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $5^{x+1}+5^{x+2}=30$

b) $\frac{3}{x}-\frac{2}{x+2}=1$, ahol $x\neq 0$ és $x\neq -2$

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Az ABC hegyesszögű háromszögben $BC = 14$ cm, $AC = 12$ cm, a BCA szög nagysága pedig 40°.

a) Számítsa ki a BC oldalhoz tartozó magasság hosszát!

b) Számítsa ki az AB oldal hosszát!

Válaszait cm-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Az AB oldal felezőpontja legyen E, a BC oldal felezőpontja pedig legyen D.

c) Határozza meg az $AEDC$ négyszög területét!
Válaszát cm^2-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az újkori olimpiai játékok megrendezésére 1896 óta kerül sor, ebben az évben tartották az első (nyári) olimpiát Athénban. Azóta minden negyedik évben tartanak nyári olimpiát, és ezeket sorszámmal látják el. Három nyári olimpiát (az első és a második világháború miatt) nem tartottak meg, de ezek az elmaradt játékok is kaptak sorszámot.

a) Melyik évben tartották a 20. nyári olimpiai játékokat?

b) Számítsa ki, hogy a 2008-ban Pekingben tartott nyári olimpiának mi volt a sorszáma!

A nyári olimpiák szervezőinek egyik fő bevételi forrása a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel. Rendelkezésünkre állnak a következő adatok (millió dollárban számolva):

Olimpia sorszáma	20.	22.
Bevétel a televíziós jogok értékesítéséből	75	192

Eszter úgy véli, hogy a televíziós jogok értékesítéséből származó bevételek – a 20. olimpiától kezdve – az egymás utáni nyári olimpiákon egy számtani sorozat egymást követő tagjait alkotják. Marci szerint ugyanezek a számok egy mértani sorozat egymást követő tagjai. A saját modelljük alapján mindketten kiszámolják, hogy mennyi lehetett a televíziós jogok értékesítéséből származó bevétel a 27. nyári olimpián. Ezután megkeresik a tényleges adatot, amely egy internetes honlap szerint 1383 (millió dollár).

c) Számítsa ki, hogy Eszter vagy Marci becslése tér el kisebb mértékben a 27. nyári olimpia tényleges adatától!

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

B

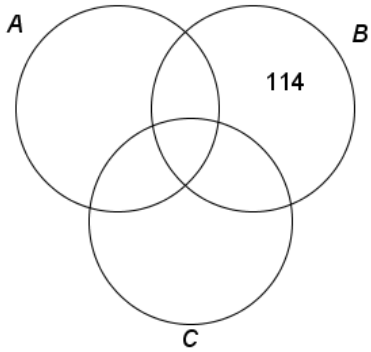
A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Tekintsük a következő halmazokat:

A = {a 100-nál nem nagyobb pozitív egész számok};
B = {a 300-nál nem nagyobb 3-mal osztható pozitív egész számok};
C = {a 400-nál nem nagyobb 4-gyel osztható pozitív egész számok}.

a) Töltse ki a táblázatot a minta alapján, majd a táblázat alapján írja be az 52, 78, 124, 216 számokat a halmazábra megfelelő tartományába!

	***A* halmaz**	***B* halmaz**	***C* halmaz**
114	*nem eleme*	*eleme*	*nem eleme*
52			
78			
124			
216			



b) Határozza meg az $A \cap B \cap C$ halmaz elemszámát!

c) Számítsa ki annak valószínűségét, hogy az A halmazból egy elemet véletlenszerűen kiválasztva a kiválasztott szám nem eleme sem a B, sem a C halmaznak!

a)	8 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az alábbi táblázat András és Bea érettségi érdemjegyeit mutatja.

	András	Bea	Cili
Magyar nyelv és irodalom	3	4	
Matematika	4	5	
Történelem	4	4	
Angol nyelv	3	5	
Földrajz	5	5	

a) Számítsa ki András jegyeinek átlagát és szórását!

Cili érettségi eredményéről azt tudjuk, hogy jegyeinek átlaga András és Bea jegyeinek átlaga közé esik, továbbá Cili jegyeinek a szórása 0.

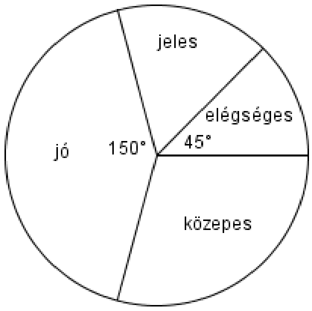
b) Töltse ki a táblázatot Cili jegyeivel!

Dávid is ebből az 5 tárgyból érettségizett, az 5 tárgy az ő bizonyítványában is a fenti sorrendben szerepel. Eredményeiről azt tudjuk, hogy jegyeinek mediánja 4, átlaga pedig 4,4 lett.

c) Határozza meg Dávid osztályzatait és azt, hogy hányféleképpen lehetne ezekkel az osztályzatokkal kitölteni az érettségi bizonyítványát!

Az ábra a 24 fős osztály érettségi eredményeinek megoszlását mutatja matematikából. Tudjuk, hogy jeles osztályzatot 4 tanuló ért el.

d) Az osztály tanulói közül hányan érettségiztek közepes eredménnyel matematikából?

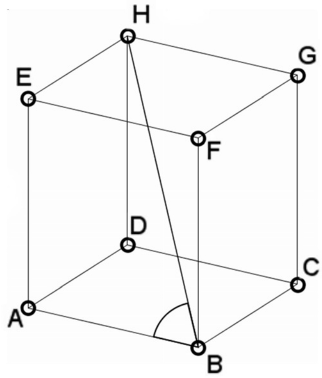


a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	7 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. **a)** Számítsa ki annak a szabályos négyoldalú gúlának a térfogatát, melynek minden éle 10 cm hosszú!

Térgeometriai feladatok megoldásában segíthet egy olyan készlet, melynek elemeiből (kilyuggatott kisméretű gömbökből és különböző hosszúságú műanyag pálcikákból) matematikai és kémiai modellek építhetők. Az ábrán egy kocka modellje látható.



b) Számítsa ki az *ABH* szög nagyságát! (A test csúcsait tekintse pontoknak, az éleket pedig szakaszoknak!)

Anna egy molekulát modellezett a készlet segítségével, ehhez 7 gömböt és néhány pálcikát használt fel. Minden pálcika két gömböt kötött össze, és bármely két gömböt legfeljebb egy pálcika kötött össze. A modell elkészítése után feljegyezte, hogy hány pálcikát szúrt bele az egyes gömbökbe. A feljegyzett adatok: 6, 5, 3, 2, 2, 1, 1.

c) Mutassa meg, hogy Anna hibát követett el az adatok felírásában!

Anna is rájött, hogy hibázott. A helyes adatok: 6, 5, 3, 3, 2, 2, 1.

d) Hány pálcikát használt fel Anna a modell elkészítéséhez?

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Egy számtani sorozat első tagja 2, első hét tagjának összege 45,5.
Adja meg a sorozat hatodik tagját!

b) Egy mértani sorozat első tagja 5, második és harmadik tagjának összege 10.
Adja meg a sorozat első hét tagjának az összegét!

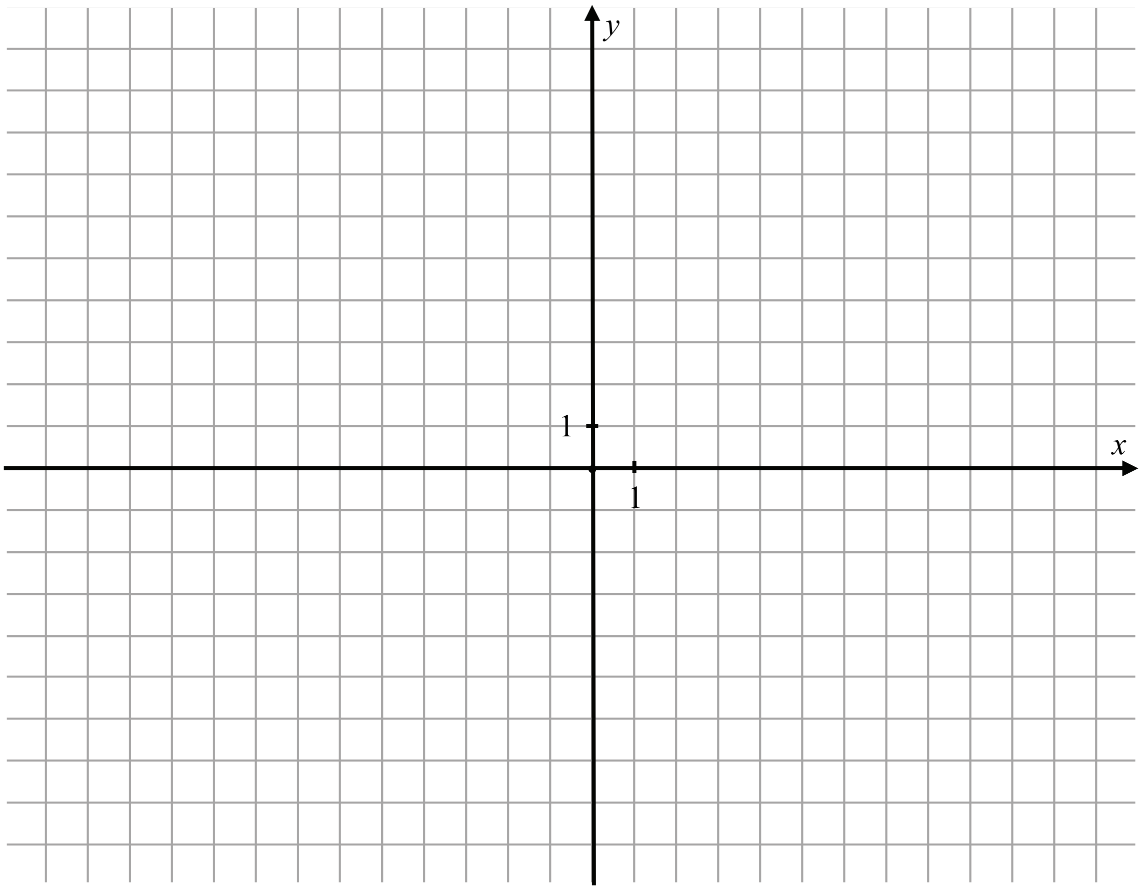
a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

14. A PQR háromszög csúcsai: $P(–6; –1)$, $Q(6; –6)$ és $R(2; 5)$.

a) Írja fel a háromszög P csúcsához tartozó súlyvonal egyenesének egyenletét!

b) Számítsa ki a háromszög P csúcsnál lévő belső szögének nagyságát!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	



15. A munkavállaló **nettó** munkabérét a **bruttó** béréből számítják ki levonások és jóváírások alkalmazásával.
Kovács úr **bruttó** bére 2010 áprilisában 200 000 forint volt.
A 2010-ben érvényes szabályok alapján különböző járulékokra ennek a bruttó bérnek összesen 17%-át vonták le. Ezen felül a bruttó bérből személyi jövedelemadót is levontak, ez a bruttó bér 127%-ának a 17%-a volt. A levonások után megmaradó összeghez hozzáadtak 15 100 forintot adójóváírásként. Az így kapott érték volt Kovács úr **nettó** bére az adott hónapban.

a) Számítsa ki, hogy Kovács úr **bruttó** bérének hány százaléka volt a **nettó** bére az adott hónapban!

Szabó úr **nettó** bére 2010 áprilisában 173 015 forint volt. Szabó úr fizetésénél a levonásokat ugyanazzal az eljárással számították ki, mint Kovács úr esetében, de ebben a hónapban Szabó úr csak 5980 forint adójóváírást kapott.

b) Hány forint volt Szabó úr **bruttó** bére az adott hónapban?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy iskola asztalitenisz bajnokságán hat tanuló vesz részt. Mindenki mindenkivel egy mérkőzést játszik. Eddig Andi egy mérkőzést játszott, Barnabás és Csaba kettőt-kettőt, Dani hármat, Enikő és Feri négyet-négyet.

a) Rajzolja le az eddig lejátszott mérkőzések egy lehetséges gráfját!

b) Lehetséges-e, hogy Andi az eddig lejátszott egyetlen mérkőzését Barnabással játszotta? (**Igen** válasz esetén rajzoljon egy megfelelő gráfot; **nem** válasz esetén válaszát részletesen indokolja!)

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a hat játékos közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva, ők eddig még nem játszották le az egymás elleni mérkőzésüket!

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. **a)** Oldja meg a valós számok halmazán az $\frac{x+2}{3-x} \geq 0$ egyenlőtlenséget!

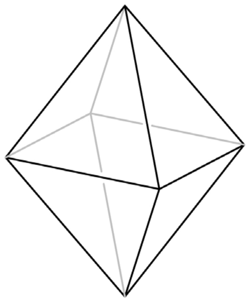
b) Adja meg az x négy tizedesjegyre kerekített értékét, ha $4 \cdot 3^x + 3^x = 20$.

c) Oldja meg a $2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$ egyenletet a $[-\pi;\pi]$ alaphalmazon!

a)	7 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Tekintsünk két egybevágó, szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúlát, melyek alapélei 2 cm hosszúak, oldalélei pedig 3 cm-esek. A két gúlát alaplapjuknál fogva összeragasztjuk (az alaplapok teljesen fedik egymást), így az ábrán látható testet kapjuk.



a) Számítsa ki ennek a testnek a felszínét (cm^2-ben) és a térfogatát (cm^3-ben)!
Válaszait egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

A test lapjait 1-től 8-ig megszámozzuk, így egy „dobó-oktaédert” kapunk, amely minden oldallapjára egyforma valószínűséggel esik. Egy ilyen test esetében is van egy felső lap, az ezen lévő számot tekintjük a dobás kimenetelének. (Az ábrán látható „dobó-oktaéderrel” 8-ast dobtunk.)

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy ezzel a „dobó-oktaéderrel” egymás után négyszer dobva, legalább három esetben 5-nél nagyobb számot dobunk!

a)	9 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Adott az $A(5; 2)$ és a $B(-3; -2)$ pont.

a) Számítással igazolja, hogy az A és B pontok illeszkednek az $x - 2y = 1$ egyenletű e egyenesre!

b) Írja fel az AB átmérőjű kör egyenletét!

c) Írja fel annak az f egyenesnek az egyenletét, amely az AB átmérőjű kört a B pontban érinti!

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

14. **a)** Egy háromszög oldalainak hossza 5 cm, 7 cm és 8 cm.
Mekkora a háromszög 7 cm-es oldalával szemközti szöge?

b) Oldja meg a [0; 2π] intervallumon a következő egyenletet: $\cos^2 x = \frac{1}{4}$ ($x \in \mathbf{R}$).

c) Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

I) Az f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = \sin x$ függvény páratlan függvény.

II) A g: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = \cos 2x$ függvény értékkészlete a [–2; 2] zárt intervallum.

III) A h: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $h(x) = \cos x$ függvény szigorúan monoton növekszik a $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ intervallumon.

a)	4 pont	
b)	6 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	12 pont	

15. **a)** Egy számtani sorozat első tagja 5, differenciája 3. A sorozat első *n* tagjának összege 440. Adja meg *n* értékét!

b) Egy mértani sorozat első tagja 5, hányadosa 1,2. Az első tagtól kezdve legalább hány tagot kell összeadni ebben a sorozatban, hogy az összeg elérje az 500-at?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A vízi élőhelyek egyik nagy problémája az algásodás. Megfelelő fény- és hőmérsékleti viszonyok mellett az algával borított terület nagysága akár 1-2 nap alatt megduplázódhat.

a) Egy kerti tóban minden nap (az előző napi mennyiséghez képest) ugyanannyiszorosára növekedett az algával borított terület nagysága. A kezdetben 1,5 m^2-en észlelhető alga hét napi növekedés után borította be teljesen a 27 m^2-es tavat. Számítsa ki, hogy naponta hányszorosára növekedett az algás terület!

Egy parkbeli szökőkút medencéjének alakja szabályos hatszög alapú egyenes hasáb. A szabályos hatszög egy oldala 2,4 m hosszú, a medence mélysége 0,4 m. A medence alját és oldalfalait csempével burkolták, majd a medencét teljesen feltöltötték vízzel.

b) Hány m^2 területű a csempével burkolt felület, és legfeljebb hány liter víz fér el a medencében?

A szökőkútban hat egymás mellett, egy vonalban elhelyezett kiömlő nyíláson keresztül törhet a magasba a víz. Minden vízsugarat egy-egy színes lámpa világít meg. Mindegyik vízsugár megvilágítása háromféle színű lehet: kék, piros vagy sárga.
Az egyik látványprogram úgy változtatja a vízsugarak megvilágítását, hogy egy adott pillanatban három-három vízsugár színe azonos legyen, de mind a hat ne legyen azonos színű (például kék-sárga-sárga-kék-sárga-kék).

c) Hányféle különböző látványt nyújthat ez a program, ha a vízsugaraknak csak a színe változik?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Kóstolóval egybekötött termékbemutatót tartottak egy új kávékeverék piaci megjelenését megelőzően. Két csoport véleményét kérték úgy, hogy a terméket az 1-től 10-ig terjedő skálán mindenkinek egy-egy egész számmal kellett értékelnie. Mindkét csoport létszáma 20 fő volt. A csoportok értékelése az alábbi táblázatban látható.

pontszám	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
gyakoriság az 1. csoportban	0	0	1	0	6	8	2	2	1	0
gyakoriság a 2. csoportban	0	8	0	2	0	1	0	0	0	9

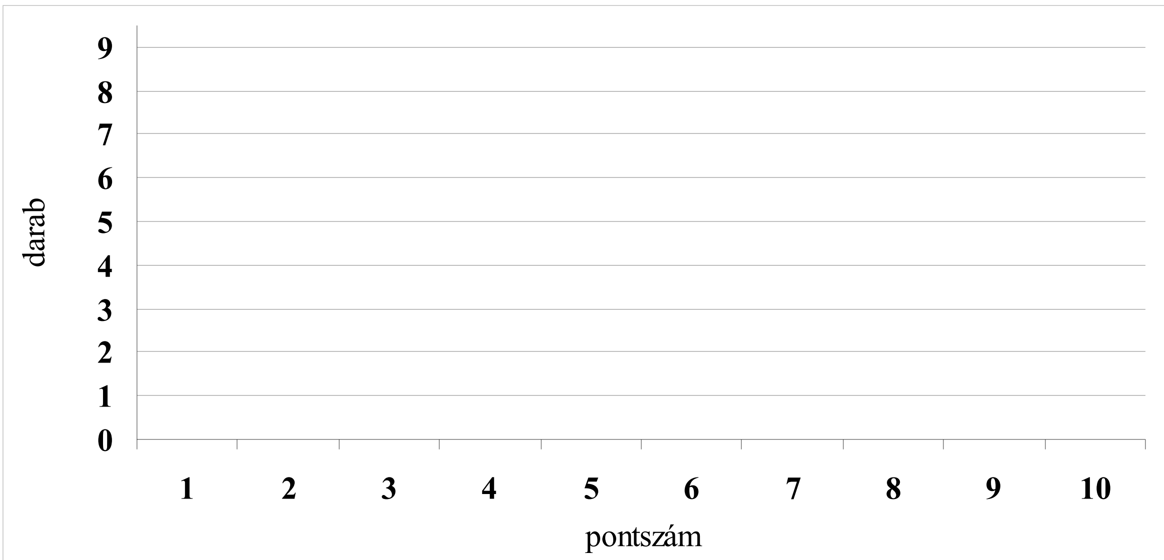
a) Ábrázolja közös oszlopdiagramon, különböző jelölésű oszlopokkal a két csoport pontszámait! A diagramok alapján fogalmazzon meg véleményt arra vonatkozóan, hogy melyik csoportban volt nagyobb a pontszámok szórása! Véleményét a diagramok alapján indokolja is!

b) Hasonlítsa össze a két csoport pontszámainak szórását számítások segítségével is!

Kétféle kávéból 14 kg 4600 Ft/kg egységárú kávékeveréket állítanak elő. Az olcsóbb kávéfajta egységára 4500 Ft/kg, a drágábbé pedig 5000 Ft/kg.

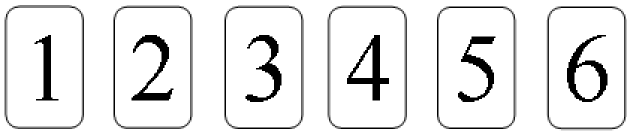
c) Hány kilogramm szükséges az egyik, illetve a másik fajta kávéból?

a)	5 pont	
b)	5 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	



A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. András és Péter „számkártyázik” egymással. A játék kezdetén mindkét fiúnál hat-hat lap van: az 1, 2, 3, 4, 5, 6 számkártya. Egy mérkőzés hat csata megvívását jelenti, egy csata pedig abból áll, hogy András és Péter egyszerre helyez el az asztalon egy-egy számkártyát. A csatát az nyeri, aki a nagyobb értékű kártyát tette le. A nyertes elviszi mindkét kijátszott lapot. (Például ha András a 4-est, Péter a 2-est teszi le, akkor András viszi el ezt a két lapot.) Ha ugyanaz a szám szerepel a két kijátszott számkártyán, akkor a csata döntetlenre végződik. Ekkor mindketten egy-egy kártyát visznek el. Az elvitt kártyákat a játékosok maguk előtt helyezik el, ezeket a továbbiakban már nem játsszák ki.



a) Hány kártya van Péter előtt az első mérkőzés után, ha András az 1, 2, 3, 4, 5, 6, Péter pedig a 2, 4, 5, 3, 1, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait?

A második mérkőzés során Péter az 1, 2, 3, 4, 5, 6 sorrendben játszotta ki a lapjait, és így összesen két lapot vitt el.

b) Adjon meg egy lehetséges sorrendet, amelyben András kijátszhatta lapjait!

A harmadik mérkőzés hat csatája előtt András elhatározta, hogy az első csatában a 2-es, a másodikban a 3-as számkártyát teszi majd le, Péter pedig úgy döntött, hogy ő véletlenszerűen játssza ki a lapjait (alaposan megkeveri a hat kártyát, és mindig a felül lévőt küldi csatába).

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az első két csatát Péter nyeri meg!

A negyedik mérkőzés előtt mindketten úgy döntöttek, hogy az egész mérkőzés során véletlenszerűen játsszák majd ki a lapjaikat. Az első három csata után Andrásnál a 3, 4, 6 számkártyák maradtak, Péternél pedig az 1, 5, 6 számkártyák.

d) Adja meg annak a valószínűségét, hogy András az utolsó három csatából pontosan kettőt nyer meg!

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

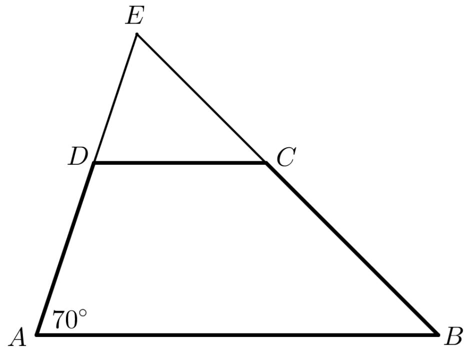
13. Az $ABCD$ trapéz oldalainak hossza: $AB = 10$ cm; $CD = 6$ cm; $AD = 7$ cm. Az A csúcsnál fekvő belső szög nagysága 70°.

a) Mekkora távolságra van a D pont az AB oldaltól?

b) Számítsa ki a négyszög AC átlójának hosszát!

Az E pont az AD és BC szárak egyenesének metszéspontja.

c) Számítsa ki az ED szakasz hosszát!



a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	11 pont	

14. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$|x-3| = 3x-1\,.$$

Az f: **R** $\rightarrow$ **R**; $f(x) = a \cdot x + b$ lineáris függvény zérushelye –4. Tudjuk továbbá, hogy az $x = 4$ helyen a függvényérték 6.

b) Adja meg a és b értékét!

a)	7 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	13 pont	

15. Zsuzsa nagyszülei elhatározzák, hogy amikor unokájuk 18 éves lesz, akkor vásárlási utalványt adnak neki ajándékba. Ezért Zsuzsa 18. születésnapja előtt 18 hónapon keresztül minden hónapban félretesznek valamekkora összeget úgy, hogy Zsuzsa 18. születésnapján éppen 90 000 forintjuk legyen erre a célra. Úgy tervezik, hogy az első alkalom után mindig 200 forinttal többet tesznek félre, mint az előző hónapban.

a) Terveik szerint mennyi pénzt tesznek félre az első, és mennyit az utolsó alkalommal?

Zsuzsa egyik testvére hét évvel idősebb a másik testvérénél. A két testvér életkorának mértani közepe 12.

b) Hány éves Zsuzsa két testvére?

a)	7 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy idén megjelent iparági előrejelzés szerint egy bizonyos alkatrész iránti kereslet az elkövetkező években emelkedni fog, minden évben az előző évi kereslet 6%-ával. (A kereslet az adott termékből várhatóan eladható mennyiséget jelenti.)

a) Várhatóan hány százalékkal lesz magasabb a kereslet 5 év múlva, mint idén?

Az előrejelzés szerint ugyanezen alkatrész ára az elkövetkező években csökkeni fog, minden évben az előző évi ár 6%-ával.

b) Várhatóan hány év múlva lesz az alkatrész ára az idei ár 65%-a?

Egy cég az előrejelzésben szereplő alkatrész eladásából szerzi meg bevételeit. A cég vezetői az elkövetkező évek bevételének tervezésénél abból indulnak ki, hogy a fentiek szerint a kereslet évente 6%-kal növekszik, az ár pedig évente 6%-kal csökken.

c) Várhatóan hány százalékkal lesz alacsonyabb az éves bevétel 8 év múlva, mint idén?

A kérdéses alkatrész egy forgáskúp alakú tömör test. A test alapkörének sugara 3 cm, alkotója 6 cm hosszú.

d) Számítsa ki a test térfogatát!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy webáruházba való belépés előzetes regisztrációhoz kötött, melynek során a regisztráló életkorát is meg kell adni. Az adatok alapján a 25 560 regisztráló közül 28 évesnél fiatalabb 7810 fő, 55 évesnél idősebb 4615 fő, a többiek 28 és 55 év közöttiek.

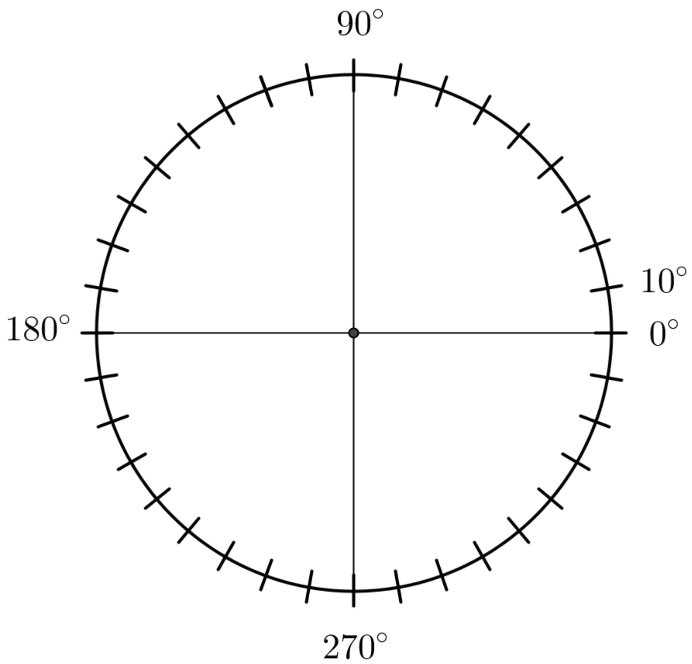
a) Készítsen a létszámadatok alapján kördiagramot, kiszámítva a három körcikkhez tartozó középponti szögeket is!

A webáruház üzemeltetői a vásárlói szokásokat szeretnék elemezni, ezért a regisztráltak közül véletlenszerűen kiválasztanak két személyt.

b) Adja meg annak valószínűségét, hogy az egyik kiválasztott személy 28 évesnél fiatalabb, a másik 55 évesnél idősebb!

A regisztráltak egy része vásárol is a webáruházban. A vásárlók között a 28 év alattiak éppen kétszer annyian vannak, mint az 55 évesnél idősebbek. A 28 év alattiak az elmúlt időszakban összesen 19 325 700 Ft, az 55 év felettiek 17 543 550 Ft értékben vásároltak. Az 55 év felettiek átlagosan 2410 Ft-tal költöttek többet, mint a 28 év alattiak.

c) Számítsa ki, hány 55 év feletti vásárlója volt a webáruháznak, és adja meg, hogy ezek a vásárlók átlagosan mennyit költöttek!



a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. A biológiaérettségi egyik tesztkérdésénél a megadott öt válaszlehetőség közül a két jót kell megjelölni.

a) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy az öt lehetőség közül kettőt véletlenszerűen kiválasztva a két jó választ találjuk el!

Nóri, Judit és Gergő egy 58 kérdésből álló biológiateszttel mérik fel tudásukat az érettségi előtt. A kitöltés után, a helyes válaszokat megnézve az derült ki, hogy Nóri 32, Judit 38 kérdést válaszolt meg helyesen, és 21 olyan kérdés volt, amelyre mindketten jó választ adtak. Megállapították azt is, hogy 11 kérdésre mindhárman helyesen válaszoltak, és Gergő helyesen megoldott feladatai közül 17-et Nóri is, 19-et Judit is jól oldott meg. Volt viszont 4 olyan kérdés, amelyet egyikük sem tudott jól megválaszolni.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy egy kérdést véletlenszerűen kiválasztva, arra Gergő helyes választ adott!
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Nóri a biológia és a kémia szóbeli érettségire készül. Biológiából 28, kémiából 30 tételt kell megtanulnia. Az első napra mindkét tárgyból 3-3 tételt szeretne kiválasztani, majd a kiválasztott tételeket sorba állítani úgy, hogy a két tantárgy tételei felváltva kövessék egymást.

c) Számítsa ki, hányféleképpen állíthatja össze Nóri az első napra szóló tanulási programját!

a)	3 pont	
b)	8 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

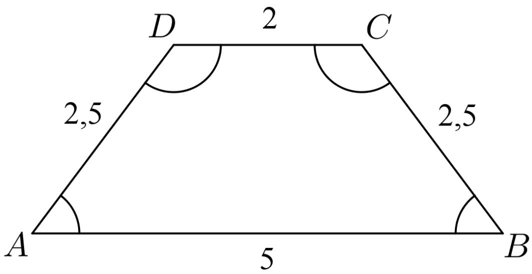
$$7 - 2 \cdot (x + 5) = \frac{x+6}{4} + \frac{x+2}{2}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$x^2 - x - 2 \le 0$$

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Az $ABCD$ húrtrapéz oldalainak hossza:
$AB = 5$ cm, $BC = 2{,}5$ cm, $CD = 2$ cm és $DA = 2{,}5$ cm.



a) Számítsa ki a trapéz szögeit!

b) Határozza meg az ABC és ACD háromszögek területének arányát!

c) A trapéz belső szögeit egy-egy 5 mm sugarú körívvel jelöltük.
Számítsa ki a négy körív hosszának összegét!

a)	5 pont	
b)	5 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	13 pont	

15. A kereskedelemmel foglalkozó cégek között több olyan is van, amely állandóan emelkedő fizetéssel jutalmazza a dolgozók munkavégzését. Péter munkát keres, és két cég ajánlata közül választhat:

I. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 5000 Ft-tal emelnek négy éven át.

II. ajánlat: Az induló havi fizetés 200 000 Ft, amit havonta 2%-kal emelnek négy éven át.

a) Melyik ajánlatot válassza Péter, ha tervei szerint négy évig a választott munkahelyen akar dolgozni, és azt az ajánlatot szeretné választani, amelyik a négy év alatt nagyobb összjövedelmet kínál?

A Péter szerződésében szereplő napi 8 óra munkaidő rugalmas, azaz lehetnek olyan napok, amikor 8 óránál többet, és olyanok is, amikor kevesebbet dolgozik. 6 óránál kevesebbet, illetve 10 óránál többet sosem dolgozik egy nap. Az alábbi táblázatban Péter januári munkaidő-kimutatásának néhány adata látható.

Napi munkaidő (óra)	6	7	8	9	10
Hány munkanapon dolgozott ennyi órát?	4	5			3

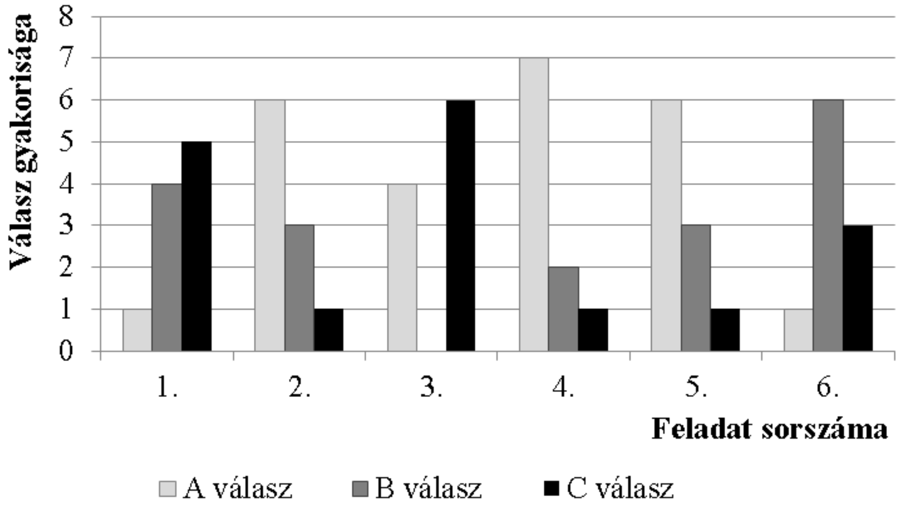
b) Számítsa ki a táblázatból hiányzó két adatot, ha tudjuk, hogy január hónap 22 munkanapján Péter átlagosan naponta 8 órát dolgozott!

a)	7 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	13 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy hatkérdéses tesztben minden kérdésnél a megadott három lehetőség (A, B és C) közül kellett kiválasztani a helyes választ. A tesztet tíz diák írta meg. Az alábbi diagram az egyes feladatokra adott válaszok eloszlását mutatja.



A teszt értékelésekor minden helyes válaszra 1 pont, helytelen válaszra pedig 0 pont jár. Tudjuk, hogy a tíz diák összesen 35 pontot szerzett.

a) Határozza meg az összes jó és az összes rossz válasz számát, és készítsen ezekről kördiagramot!

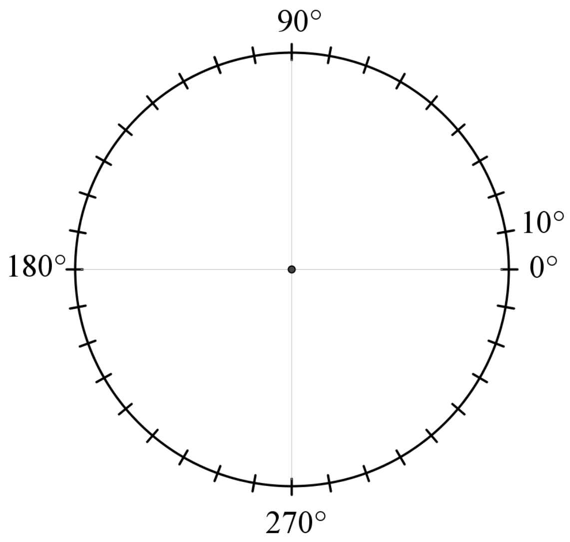
b) Igaz-e, hogy minden kérdésre az a jó válasz, amit a legtöbben jelöltek be? Válaszát indokolja!

Éva, János és Nóra is megírták ezt a tesztet. Egyetlen olyan kérdés volt, amelyre mindhárman jól válaszoltak. Három olyan kérdés volt, amit Éva és János is jól válaszolt meg, kettő olyan, amire János és Nóra is, és egy olyan, amire Nóra és Éva is jó választ adott. Két olyan kérdés volt, amelyet csak egyvalaki oldott meg helyesen hármuk közül.

c) Hány pontot szereztek ők hárman összesen ezen a teszten?

Az egyik diák nem készült fel a tesztre, válaszait tippelve, véletlenszerűen adja meg.

d) Mekkora valószínűséggel lesz legalább egy jó válasza a tesztben?



a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. **a)** Az ABC háromszög két csúcsa $A(-3; -1)$ és $B(3; 7)$, súlypontja az origó. Határozza meg a C csúcs koordinátáit!

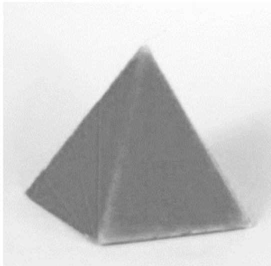
b) Írja fel a hozzárendelési utasítását annak a lineáris függvénynek, mely –3-hoz –1-et és 3-hoz 7-et rendel! (A hozzárendelési utasítást $x \mapsto ax+b$ alakban adja meg!)

c) Adott az $A(-3; -1)$ és a $B(3; 7)$ pont. Számítsa ki, hogy az x tengely melyik pontjából látható derékszögben az AB szakasz!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Zsófi gyertyákat szeretne önteni, hogy megajándékozhassa a barátait. Öntőformának egy négyzet alapú szabályos gúlát választ, melynek alapéle 6 cm, oldaléle 5 cm hosszúságú. Egy szaküzletben 11 cm oldalú, kocka alakú tömbökben árulják a gyertyának való viaszt. Ezt megolvasztva és az olvadt viaszt a formába öntve készülnek a gyertyák. (A számítások során tekintsen el az olvasztás és öntés során bekövetkező térfogatváltozástól.)



a) Legfeljebb hány gyertyát önthet Zsófi egy 11 cm oldalú, kocka alakú tömbből?

Zsófi az elkészült gúla alakú gyertyák lapjait szeretné kiszínezni. Mindegyik lapot (az alaplapot és az oldallapokat is) egy-egy színnel, kékkel vagy zölddel fogja színezni.

b) Hányféle különböző gyertyát tud Zsófi ilyen módon elkészíteni?
(Két gyertyát különbözőnek tekintünk, ha forgatással nem vihetők egymásba.)

Zsófi a gyertyák öntéséhez három különböző fajta „varázskanócot” használ. Mindegyik fajta „varázskanóc” fehér színű, de meggyújtáskor (a benne lévő anyagtól függően) az egyik fajta piros, a másik lila, a harmadik narancssárga lánggal ég. Zsófi hétfőn egy dobozba tesz 6 darab gyertyát, mindhárom fajtából kettőt-kettőt. Keddtől kezdve minden nap véletlenszerűen kivesz egy gyertyát a dobozból, és meggyújtja.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Zsófi az első három nap három különböző színű lánggal égő gyertyát gyújt meg!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Adott a valós számok halmazán értelmezett *f* függvény:

$$f : x \mapsto (x-1)^2 - 4\,.$$

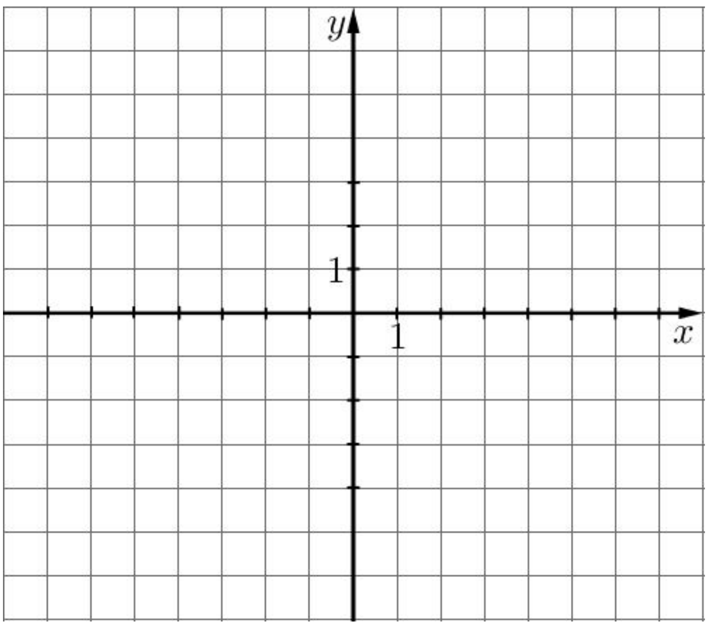
a) Számítsa ki az *f* függvény $x = -5$ helyen felvett helyettesítési értékét!

b) Ábrázolja az *f* függvényt, és adja meg szélsőértékének helyét és értékét!

c) Oldja meg a következő egyenletet a valós számok halmazán:

$$(x-1)^2 - 4 = -x - 1\,.$$

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	



14. Az ABC derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm, átfogója 17 cm hosszú.

a) Számítsa ki a háromszög 17 cm-es oldalához tartozó magasságának hosszát!

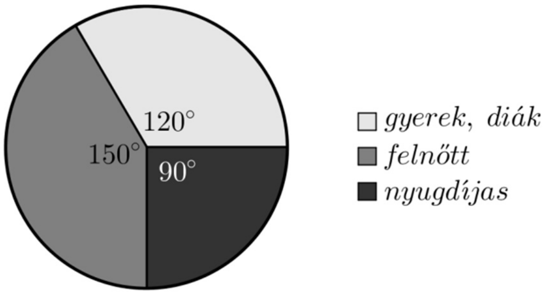
b) Hány cm^2 a háromszög körülírt körének területe?

A DEF háromszög hasonló az ABC háromszöghöz, és az átfogója 13,6 cm hosszú.

c) Hány százaléka a DEF háromszög területe az ABC háromszög területének?

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az alábbi kördiagram egy balatoni strandon a júliusban megvásárolt belépőjegyek típusának eloszlását mutatja.



Júliusban összesen 16 416 fő vásárolt belépőjegyet. A belépőjegyek árát az alábbi táblázat tartalmazza.

gyerek, diák	350 Ft/fő
felnőtt	700 Ft/fő
nyugdíjas	400 Ft/fő

a) Mennyi volt a strand bevétele a júliusban eladott belépőkből?

A tapasztalatok szerint júliusban folyamatosan nő a strandolók száma. Ezért a strandbüfében bevált rendszer, hogy a július 1-jei megrendelést követően július 2-től kezdve július 31-ig minden nap ugyanannyi literrel növelik a nagykereskedésből megrendelt üdítő mennyiségét.
A könyvelésből kiderült, hogy július 1-jén, 2-án és 3-án összesen 165 litert, július 15-én pedig 198 litert rendeltek.

b) Hány liter üdítőt rendeltek júliusban összesen?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Adott két pont a koordinátasíkon: $A(2; 6)$ és $B(4; -2)$.

a) Írja fel az AB szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!

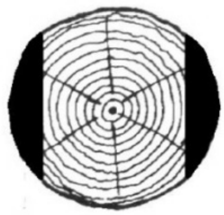
b) Írja fel az A ponton átmenő, B középpontú kör egyenletét!

Adott az $y = 3x$ egyenletű egyenes és az $x^2 + 8x + y^2 - 4y = 48$ egyenletű kör.

c) Adja meg koordinátáikkal az egyenes és a kör közös pontjait!

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**



17. A Hód Kft. faárutelephelyén rönkfából (henger alakú fatörzsekből) a következő módon készítenek gerendát. A keretfűrészgép először két oldalt levág egy-egy – az ábrán sötéttel jelölt – részt, majd a fa 90°-kal történő elfordítása után egy hasonló vágással végül egy négyzetes hasáb alakú gerendát készít. A gépet úgy állítják be, hogy a kapott hasáb alaplapja a lehető legnagyobb legyen.
Most egy forgáshenger alakú, 60 cm átmérőjű, 5 méter hosszú rönkfát fűrészel így a gép.

a) Igaz-e, hogy a kapott négyzetes hasáb alakú fagerenda térfogata kisebb 1 köbméternél?

A Hód Kft. deszkaárut is gyárt, ehhez a faanyagot 30 000 Ft/m^3-es beszerzési áron vásárolja meg a termelőtől. A gyártás közben a megvásárolt fa kb. 40%-ából hulladékfa lesz. A késztermék 1 köbméterét 90 000 forintért adja el a cég, de az eladási ár 35%-át a költségekre kell fordítania (feldolgozás, telephely fenntartása stb.).

b) Mennyi haszna keletkezik a Hód Kft.-nek 1 köbméter deszkaáru eladásakor?

A fakitermelő cég telephelyéről hat teherautó indul el egymás után. Négy teherautó fenyőfát, kettő pedig tölgyfát szállít.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két, tölgyfát szállító teherautó közvetlenül egymás után gördül ki a telephelyről, ha az autók indulási sorrendje véletlenszerű!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Egy 20 fős társaság tagjait az április havi szabadidős tevékenységeikről kérdezték. Mindenki három eldöntendő kérdésre válaszolt (igennel vagy nemmel).

I. Volt-e moziban?
II. Olvasott-e szépirodalmi könyvet?
III. Volt-e koncerten?

A válaszokból kiderült, hogy tizenketten voltak moziban, kilencen olvastak szépirodalmi könyvet, és négy fő járt koncerten. Öten voltak, akik moziban jártak és szépirodalmi könyvet is olvastak, négyen pedig moziban és koncerten is jártak. Hárman mindhárom kérdésre igennel válaszoltak.

a) Hány olyan tagja van a társaságnak, aki mindhárom kérdésre nemmel válaszolt?

A társaság 20 tagja közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy legalább az egyikük volt moziban április folyamán!

Attól a kilenc személytől, akik olvastak áprilisban szépirodalmi könyvet, azt is megkérdezték, hogy hány könyvet olvastak el a hónapban. A válaszok (pozitív egész számok) elemzése után kiderült, hogy a kilenc szám (egyetlen) módusza 1, mediánja 2, átlaga $\frac{16}{9}$, terjedelme pedig 2.

c) Adja meg ezt a kilenc számot!

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Péter és Pál szendvicset és ásványvizet vásárolt a büfében. Péter két szendvicset és két ásványvizet vett 740 Ft-ért, Pál pedig három szendvicset és egy ásványvizet 890 Ft-ért. Mennyibe kerül egy szendvics, és mennyibe kerül egy ásványvíz?

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

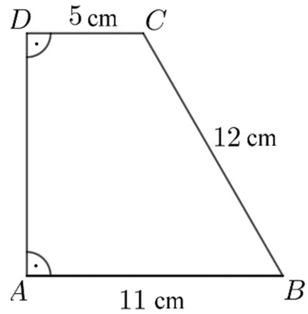
$$1-x=\sqrt{x+5}$$

a)	6 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	11 pont	

14. Az $ABCD$ derékszögű trapézban az A és a D csúcsnál van derékszög.
Az AB alap 11 cm, a BC szár 12 cm, a CD alap 5 cm hosszú.

a) Igazolja, hogy a trapéz B csúcsánál lévő szög nagysága 60º, és számítsa ki a trapéz területét!

b) Számítsa ki az ABC háromszög C csúcsánál lévő szögét!



a)	7 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	11 pont	

15. **a)** Egy számtani sorozat negyedik tagja 4, tizenhatodik tagja –2.
Számítsa ki a sorozat első 120 tagjának az összegét!

b) Adott egy szakasz két végpontja: $A(0; 4)$ és $B(2; 3)$.
Írja fel az AB szakasz felezőmerőlegesének egyenletét!

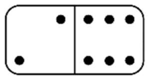
c) Egy elsőfokú függvény a 0-hoz 4-et, a 2-höz 3-at rendel.
Írja fel a függvény hozzárendelési szabályát!

a)	5 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

B

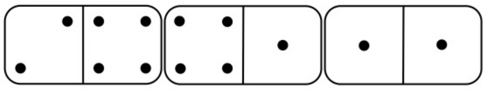
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Anna dominókészletében a dominókövek egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken a pöttyök száma 0, 1, 2, 3, 4, 5 vagy 6 lehet. A készletben minden lehetséges pöttyözésű dominóból pontosan egy darab van. Az ábrán a 2-6-os (6-2-es) dominó látható.

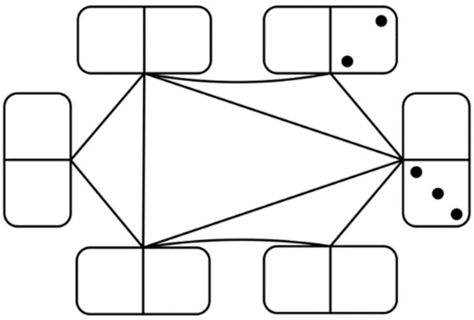


a) Hány olyan dominó van a készletben, amelyen a két részen lévő pöttyök számának szorzata prímszám?

A játékban két dominó akkor csatlakozhat egymáshoz, ha a két érintkező részen ugyanannyi pötty van. (Lásd az ábrát.)



Anna egy lapra elhelyezte dominókészletének azt a hat dominóját, amelyek mindkét részén van legalább 1, de legfeljebb 3 pötty. Ezután összekötötte azokat a dominókat, amelyeket a játékban csatlakoztatni lehetne egymáshoz. Az alábbi ábra a hat dominót és az összekötő vonalakat mutatja, de csak két részen adtuk meg a pöttyöket.



b) Rajzolja be a tíz üres részre a hiányzó pöttyöket az összekötésnek megfelelően!

Anna a teljes 28 darabos készletből kihúzta a 2-6-os dominót. Ezután véletlenszerűen kihúz még egy dominót.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a másodiknak kihúzott dominót csatlakoztatni tudja az elsőhöz!

Egy játékbemutatóra Anna és Balázs 1800 dominót szeretne felállítani a földre úgy, hogy a legelsőt meglökve az összes dominó sorban eldőljön. Anna egyedül 6 óra alatt, Balázs pedig 9 óra alatt építené meg a dominóláncot.

d) Ha Anna és Balázs – tartva a saját tempójukat – együtt dolgozna, akkor hány óra alatt végeznének az 1800 dominó felállításával?

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy jégkrémgyártó üzem fagylalttölcséreket rendel.
A csonkakúp alakú fagylalttölcsér belső méretei: felső átmérő 7 cm, alsó átmérő 4 cm, magasság 8 cm.

a) Számítsa ki, hogy a tölcsérbe legfeljebb hány cm^3 jégkrém fér el, ha a jégkrém – a csomagolás miatt – csak a felső perem síkjáig érhet!

Ennek a tölcsérnek létezik olyan változata is, amelynek a belső felületét vékony csokoládéréteggel vonják be. 1 kg csokoládé kb. 0,7 m^2 felület bevonásához elegendő.

b) Számítsa ki, hogy hány kilogramm csokoládéra van szükség 1000 darab tölcsér belső felületének bevonásához! Válaszát egész kilogrammra kerekítve adja meg!

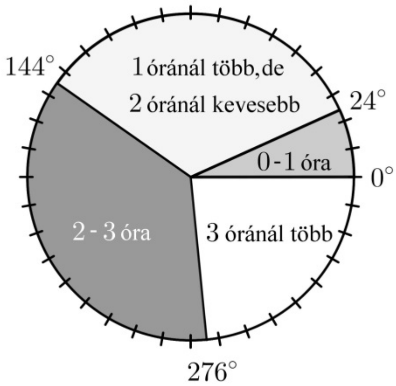
Egy fagylaltozóban hatféle ízű fagylalt kapható: vanília, csokoládé, puncs, eper, málna és dió. Andrea olyan háromgombócos fagylaltot szeretne venni tölcsérbe, amely kétféle ízű fagylaltból áll.

c) Hányféle különböző háromgombócos fagylaltot kérhet, ha számít a gombócok sorrendje is? (Például a dió-dió-vanília más kérésnek számít, mint a dió-vanília-dió.)

a)	3 pont	
b)	9 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy 30 fős osztályban felmérést készítettek a diákok internetezési szokásairól. Az egyik kérdés az volt, hogy naponta átlagosan ki hány órát használja az internetet a szabadidejében. A válaszok alapján az itt látható kördiagram készült.



a) Hány olyan diák van az osztályban, aki naponta legalább 2 órát használja az internetet a szabadidejében?

Egy másik kérdés az volt, hogy a mobiltelefon, a laptop, illetve a táblagép (tablet) közül melyiket használják internetezésre. A mobiltelefont mind a 30-an, a laptopot 24-en, a táblagépet 16-an jelölték meg. A felmérésből az is kiderült, hogy a mobiltelefon, a laptop és a táblagép közül pontosan kétféle eszközt 14 diák használ.

b) Hányan használják mind a háromféle eszközt internetezésre?

A vezeték nélküli hálózati kapcsolatot létrehozó egységek (wifi routerek) 3%-a 2 éven belül meghibásodik (ezt úgy tekinthetjük, hogy 0,03 annak a valószínűsége, hogy egy készülék meghibásodik 2 év alatt). A meghibásodott eszközt garanciálisan kicserélik. Az iskola 20 ilyen eszközt vásárolt.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy 2 év alatt legfeljebb egy hibásodik meg a vásárolt eszközök közül?

a)	3 pont	
b)	8 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Hány olyan háromjegyű egész szám van, amelyre igaz az alábbi egyenlőtlenség?

$$\frac{x}{3}+\frac{x}{6}\geq\frac{x}{4}+230$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$3\cdot4^{x}+4^{x+1}=896$$

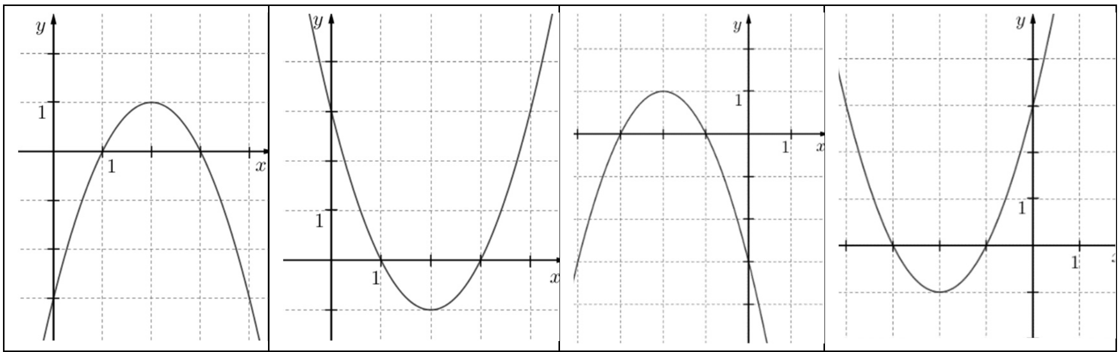
a)	4 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Adott az f: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $f(x) = x^2 + 4x + 3$ függvény.

a) Írja fel két elsőfokú tényező szorzataként az $x^2 + 4x + 3$ kifejezést!

b) A $P(-6{,}5;\, y)$ pont illeszkedik az f grafikonjára. Számítsa ki y értékét!

c) Az alábbi grafikonok közül válassza ki az f függvény grafikonját (karikázza be a megfelelő betűt), és határozza meg az f értékkészletét!



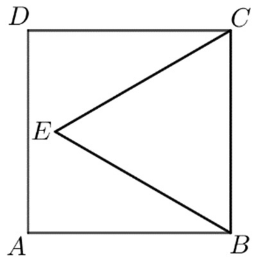
A	B	C	D

Adott a g: $\mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $g(x) = x^2 - 6x + 5$ függvény. Az a három pont, ahol a g grafikonja metszi a koordinátatengelyeket, egy háromszöget határoz meg.

d) Határozza meg ennek a háromszögnek a területét!

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	3 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

15. Az $ABCD$ négyzet oldalának hossza 12 egység. A négyzet belsejében kijelöltük az E pontot úgy, hogy $BE = CE = 12$ egység legyen (lásd az ábrát).



a) Számítsa ki az A és E pontok távolságát!

Egy bronzból készült, szabályos négyoldalú gúla alakú tömör test (piramis) minden éle 10 cm hosszúságú.

b) Számítsa ki a gúla tömegét, ha 1 dm^3 bronz tömege 8 kg!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Péter elhatározza, hogy összegyűjt 3,5 millió Ft-ot egy használt elektromos autó vásárlására, mégpedig úgy, hogy havonta egyre több pénzt tesz félre a takarékszámláján. Az első hónapban 50 000 Ft-ot tesz félre, majd minden hónapban 1000 Ft-tal többet, mint az azt megelőző hónapban. (A számlán gyűjtött összeg kamatozásával Péter nem számol.)

a) Össze tud-e így gyűjteni Péter 4 év alatt 3,5 millió forintot?

A világon gyártott elektromos autók számának 2012 és 2017 közötti alakulását az alábbi táblázat mutatja.

év	2012	2013	2014	2015	2016	2017
elektromos autók száma (ezerre kerekítve)	110 000	221 000	409 000	727 000	1 186 000	1 928 000

b) Szemléltesse a táblázat adatait oszlopdiagramon!

Péter az előző táblázat adatai alapján olyan matematikai modellt alkotott, amely az elektromos autók számát exponenciálisan növekedőnek tekinti. E szerint, ha a 2012 óta eltelt évek száma x, akkor az elektromos autók számát (millió darabra) megközelítőleg az $f(x) = 0{,}122 \cdot 2^{0{,}822x}$ összefüggés adja meg.

c) A modell alapján számolva melyik évben érheti el az elektromos autók száma a 25 millió darabot?

Egy elektromos autókat gyártó cég öt különböző típusú autót gyárt. A készülő reklámfüzet fedőlapjára az ötféle típus közül egy vagy több (akár mind az öt) autótípus képét szeretné elhelyezni a grafikus.

d) Hány lehetőség közül választhat a tervezés során? (Két lehetőség különböző, ha az egyikben szerepel olyan autótípus, amely a másikban nem.)

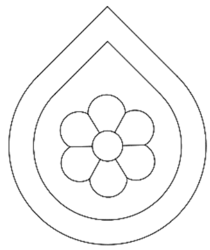
a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A Föld teljes vízkészlete (jég, víz és vízgőz) folyékony halmazállapotban közel 1400 millió km^3 lenne. Ennek a vízkészletnek csupán 3%-a édesvíz, melynek valójában mindössze 20%-a folyékony halmazállapotú (a többi főleg a sarkvidék jégtakarójában található fagyott, szilárd állapotban).

a) Számítsa ki, hogy hány kilométer lenne annak a legkisebb gömbnek a sugara, amelybe összegyűjthetnénk a Föld folyékony édesvízkészletét!
Válaszát egész kilométerre kerekítve adja meg!

Az ábrán egy környezetvédő szervezet logójának ki nem színezett terve látható. A logó kilenc tartományát három színnel (sárga, kék és zöld) szeretnénk kiszínezni úgy, hogy a szomszédos tartományok különböző színűek legyenek. (Két tartomány szomszédos, ha a határvonalaiknak van közös pontja. Egy-egy tartomány színezéséhez egy színt használhatunk.)



b) Hányféleképpen lehet a logót a feltételeknek megfelelően kiszínezni?

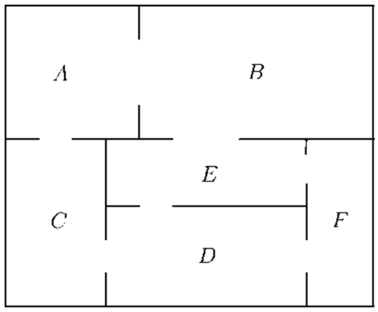
Egy iskolai italautomata meghibásodott, és véletlenszerűen ad szénsavas, illetve szénsavmentes vizet. A diákok tapasztalata szerint, ha valaki szénsavmentes vizet kér, akkor csak 0,8 a valószínűsége annak, hogy valóban szénsavmentes vizet kap. Anna a hét mind az öt munkanapján egy-egy szénsavmentes vizet szeretne vásárolni az automatából, így minden nap az ennek megfelelő gombot nyomja meg.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legalább négy napon valóban szénsavmentes vizet ad az automata?

a)	6 pont	
b)	6 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Az ábrán egy kis múzeum alaprajzát látjuk. A múzeum termei közötti kapcsolatot gráffal is szemléltethetjük. A gráf pontjai a termek, élei pedig az átjárók a termek között. (Egy él egy átjárót szemléltet két terem között.)



a) Rajzolja fel a múzeum termeit és átjáróit szemléltető gráfot!

A múzeumba háromféle belépőjegyet lehet váltani:

Teljes árú jegy	400 Ft
Kedvezményes jegy (gyerek, diák, pedagógus, nyugdíjas)	250 Ft
Fotójegy (belépőjegy és fényképezőgép-használat)	500 Ft

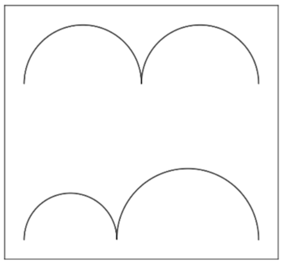
Januárban négyszer annyi kedvezményes belépőjegyet adtak el, mint teljes árú jegyet, továbbá az eladott fotójegyek száma az eladott teljes árú jegyek számának 12,5%-a volt. A múzeum belépőjegy-eladásból származó bevétele januárban 912 600 Ft volt.

b) Hány belépőjegyet adtak el januárban összesen?

Csilla, Dezső, Emese, Feri és Gyöngyi délelőtt 10-re beszéltek meg találkozót a múzeum előtt. Sorban egymás után érkeznek (különböző időpontokban), véletlenszerűen.

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy legfeljebb egy lánynak kell várakoznia fiúra?

A kiállításon több gondolkodtató, minimalista kép is szerepel. Dezső szerint az ábrán látható, csatlakozó félköröket ábrázoló kép címe azért „Egyenlőség”, mert a felső és az alsó görbe vonal hossza egyenlő. A felső görbét alkotó két egyforma félkör átmérőjének összege 48 cm. Az alsó görbét alkotó két félkör átmérőjének összege szintén 48 cm.



d) Igaz-e Dezső sejtése, hogy a két görbe vonal hossza egyenlő?

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	6 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	