## 11. évfolyam

Óraszám: 108. A fennmaradó órák felhasználhatók az év végi ismétlésre.

A témakörök áttekintő táblázata:

|  |  |
| --- | --- |
| ***Témakör neve*** | ***Óraszám*** |
| 1. Kombinatorika, gráfok | 15 |
| 2. Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése | 10 |
| 3. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus | 16 |
| 4. Exponenciális folyamatok vizsgálata | 18 |
| 5. Trigonometria | 21 |
| 6. Koordinátageometria | 24 |
| *Összes óraszám:* | *104* |

*1. Kombinatorika, gráfok*

Óraszám: 15 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* megold sorba rendezési és kiválasztási feladatokat;
* konkrét szituációkat szemléltet és egyszerű feladatokat megold gráfok segítségével.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Matematikai és hétköznapi helyzetekhez kötődő sorba rendezési és kiválasztási feladatok megoldása
* A binomiális együttható fogalmának ismerete, értékének kiszámítása
* Mintavétel visszatevéssel és visszatevés nélkül
* A gráf csúcsainak fokszámösszege és éleinek száma közötti összefüggés ismerete és alkalmazása gyakorlati feladatok megoldásában

Fogalmak: faktoriális, binomiális együttható; csúcs fokszáma gráfban

Javasolt tevékenységek

* Anagramma készítése a tanulók neveiből
* A pókerben előforduló lehetséges nyerő lapkombinációk számának meghatározása
* A Pascal-háromszög és tulajdonságai felfedeztetése például kéttagú összeg hatványaiban szereplő együtthatók segítségével
* Különböző szituációk kétféle módon történő összeszámlálása és ebből következő egyszerű kombinatorikus összefüggések felfedezése
* Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel konkrét lejátszása, a tapasztalatok összegyűjtése

*2. Számelméleti ismeretek, számhalmazok épülése*

Óraszám: 10 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az oszthatóság alapvető fogalmait;
* összetett számokat felbont prímszámok szorzatára;
* meghatározza két természetes szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, és alkalmazza ezeket egyszerű gyakorlati feladatokban;
* ismeri és alkalmazza az oszthatósági szabályokat;
* érti a helyi értékes írásmódot 10-es és más alapú számrendszerekben;
* ismeri a számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásait a természetes számoktól a valós számokig;
* ismer példákat irracionális számokra.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Legnagyobb közös osztó és legkisebb közös többszörös meghatározása a prímtényezős felbontásból
* Összetett oszthatósági szabályok alkalmazása
* Számolás osztási maradékokkal (például összeg, szorzat, hatvány maradéka)
* Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerben
* Az egész számok, a véges tizedes törtek, a végtelen szakaszos tizedes törtek és a racionális számok kapcsolata
* A számhalmazok épülésének matematikai vonatkozásai a természetes számoktól a valós számokig
* Végtelen nem szakaszos tizedes törtek ismerete
* Példák irracionális számokra
* Számhalmazok műveleti zártsága

Fogalmak: természetes szám, egész szám, racionális szám, irracionális szám, valós szám, relatív prímek

Javasolt tevékenységek

* Oszthatósággal kapcsolatos „bűvésztrükkök” bemutatása
* Számrendszerek segítségével megoldható rejtvények
* Tanulói kiselőadás a 10-estől különböző alapú számrendszerek használatáról a múltban és ennek mai napig tartó hatásairól
* Tanulói kiselőadás számelméleti érdekességekről, például tökéletes számok és barátságos számpárok, prímszámok, jelenleg ismert legnagyobb prím, titkosítás
* Halmazábra elkészítése a számhalmazokról

*3. Hatvány, gyök, exponenciális függvény, logaritmus*

Óraszám: 16 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri és alkalmazza az n-edik gyök fogalmát;
* ismeri és alkalmazza a racionális kitevőjű hatvány fogalmát és a hatványozás azonosságait;
* képlettel adott függvényt hagyományosan és digitális eszközzel ábrázol;
* adott értékkészletbeli elemhez megtalálja az értelmezési tartomány azon elemeit, amelyekhez a függvény az adott értéket rendeli.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Az n-edik gyök fogalmának ismerete és alkalmazása
* Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén
* Hatványozás azonosságainak alkalmazása racionális kitevő esetén
* A hatványozás szemléletes értelmezése irracionális kitevő esetén
* Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai
* A logaritmus értelmezése
* Áttérés más alapú logaritmusra
* Számológép használata logaritmus értékének meghatározásához

Fogalmak: n-edik gyök, exponenciális függvény, logaritmus

Javasolt tevékenységek

* A permanencia-elv gyakorlati „kipróbálása” a definíció megadása előtt
* Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma) feldolgozása projektmunkában
* Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában
* Nagy számok számjegyei számának meghatározása logaritmus segítségével
* 10-estől eltérő alapú logaritmus kiszámolása csak 10-es alapú logaritmus kiszámolására alkalmas számológéppel

*4. Exponenciális folyamatok vizsgálata*

Óraszám: 18 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információkat kigyűjti, rendszerezi;
* ismeri és alkalmazza a logaritmus fogalmát.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* adott problémához megoldási stratégiát, algoritmust választ, készít;
* a problémának megfelelő matematikai modellt választ, alkot;
* a kiválasztott modellben megoldja a problémát;
* a modellben kapott megoldását az eredeti problémába visszahelyettesítve értelmezi, ellenőrzi, és az észszerűségi szempontokat figyelembe véve adja meg válaszát;
* egyenletek megoldását behelyettesítéssel, értékkészlet-vizsgálattal ellenőrzi;
* megold egyszerű, a megfelelő definíció alkalmazását igénylő exponenciális egyenleteket, egyenlőtlenségeket.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Exponenciális folyamatok vizsgálata a természetben és a társadalomban
* Exponenciális egyenletre, egyenlőtlenségre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése
* Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése
* A gyakorlati (például pénzügyi, biológiai, fizikai, demográfiai, ökológiai) problémának megfelelő matematikai modell választása, alkotása
* A kiválasztott modellben a probléma megoldása
* A modellben kapott megoldás értelmezése az eredeti probléma szövegébe visszahelyettesítve, ellenőrzés és válaszadás az észszerűségi szempontokat figyelembe véve

Fogalmak: Nincsenek új fogalmak.

Javasolt tevékenységek

* Tanulói kiselőadás az exponenciálisan változó folyamatokról a természetben és a társadalomban
* Adatgyűjtés különböző forrásokból származó, exponenciális vagy közelítőleg annak tekinthető változókra csoportmunkában
* Gyakorlati, időben exponenciálisnak tekinthető változást mutató grafikonokra exponenciális függvény illesztése digitális eszköz segítségével, és az illesztett függvény paramétereinek értelmezése

*5. Trigonometria*

Óraszám: 21 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

* ismeri és alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt.

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióját a derékszögű háromszögben;
* ismeri tompaszögek szögfüggvényeinek származtatását a hegyesszögek szögfüggvényei alapján;
* ismeri a hegyes- és tompaszögek szögfüggvényeinek összefüggéseit;
* alkalmazza a szögfüggvényeket egyszerű geometriai számítási feladatokban;
* a szögfüggvény értékének ismeretében meghatározza a szöget;
* kiszámítja háromszögek területét;
* ismeri és alkalmazza speciális négyszögek tulajdonságait, területüket kiszámítja;
* átdarabolással kiszámítja sokszögek területét.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense
* Számítások derékszögű háromszögekben szögfüggvények segítségével gyakorlati helyzetekben
* Tompaszög szinusza, koszinusza, tangense
* Összefüggések ismerete egy adott szög különböző szögfüggvényei között: pitagoraszi összefüggés, pótszögek és mellékszögek szögfüggvényei
* Szögfüggvény értékének ismeretében a szög meghatározása számológép segítségével
* Háromszög területének kiszámítása két oldal és a közbezárt szög ismeretében
* Szinusz- és koszinusztétel ismerete és alkalmazása
* A szinusztétel bizonyítása
* Számítások négyszögekben, sokszögekben szögfüggvények segítségével
* A környezetben található tárgyak magasságának, pontok távolságának meghatározása mért adatokból számítva
* Négyszögek és szabályos sokszögek területének kiszámítása

Fogalmak: szinusz, koszinusz, tangens, szinusztétel, koszinusztétel

Javasolt tevékenységek

* Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése
* Az iskolában vagy annak környezetében kijelölt, tetszőleges háromszög, illetve négyszög alakú részek területének meghatározása csoportmunkában, távolságok és szögek mérése alapján
* Épület magasságának meghatározása a látószög és a távolságok mérésének segítségével csoportmunkában.

*6. Koordinátageometria*

Óraszám: 24 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása eredményeként a tanuló:

* ismeri a vektorokkal kapcsolatos alapvető fogalmakat;
* ismer és alkalmaz egyszerű vektorműveleteket;
* alkalmazza a vektorokat feladatok megoldásában;
* megad pontot és vektort koordinátáival a derékszögű koordináta-rendszerben;
* koordináta-rendszerben ábrázol adott feltételeknek megfelelő ponthalmazokat;
* koordináták alapján számításokat végez szakaszokkal, vektorokkal;
* ismeri és alkalmazza az egyenes egyenletét;
* egyenesek egyenletéből következtet az egyenesek kölcsönös helyzetére;
* kiszámítja egyenesek metszéspontjainak koordinátáit az egyenesek egyenletének ismeretében;
* megadja és alkalmazza a kör egyenletét a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;
* felismeri a matematika különböző területei közötti kapcsolatot.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

* A vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor fogalmak ismerete, alkalmazása;
* A vektorok összeadása, kivonása, szorzása valós számmal, műveletek ismerete és alkalmazása
* Vektorok alkalmazása feladatok megoldásában;
* Pont és vektor megadása koordinátákkal a derékszögű koordináta-rendszerben;
* Adott feltételeknek megfelelő ponthalmazok ábrázolása koordináta-rendszerben;
* Két pont távolságának, vektor abszolút értékének meghatározása koordináták alapján;
* Vektorok összegének, különbségének, számszorosának koordinátái;
* Szakaszfelezőpont koordinátáinak meghatározása a végpontok koordinátái alapján;
* Egyenes egyenlete y = mx + b vagy x = c alakban;
* Egyenes meredekségének fogalma; egyenesek merőlegességének és párhuzamosságának megállapítása a meredekségek alapján;
* Az egyenesek egyenletének ismeretében egyenesek metszéspontjának koordinátái;
* A kör egyenletének megadása és alkalmazása a kör sugarának és a középpont koordinátáinak ismeretében;

Fogalmak: vektor, vektor abszolút értéke, nullvektor, ellentett vektor, helyvektor, vektorok összege, vektorok különbsége, vektor számszorosa, vektor koordinátái, alakzat egyenlete, egyenes egyenlete, kör egyenlete.

Javasolt tevékenységek

* „Torpedójáték” koordináta-rendszerben.
* Helymeghatározás térképen a szélességi és hosszúsági adatok segítségével.
* Ház/lakás alaprajzának elkészítése koordináta-rendszerben, az eredeti adatok alapján.
* Játék helyvektorokkal dinamikus geometriai szoftver használatával.
* Gondolattérkép készítése a koordinátageometria kapcsolatainak bemutatására csoportos vagy egyéni munkaformában.
* „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusan, digitális eszköz segítségével.
* „Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben.