

12. évfolyam – emelt szintű érettségi vizsgára felkészítő foglalkozás

Óraszám: 231 óra.

A témakörök áttekintő táblázata:

<i>Témakör neve</i>	<i>Óraszám</i>
1. Sorozatok	30
2. Integrálszámítás	46
3. Térgometria, felszín, térfogat	30
4. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok	20
5. Rendszerező összefoglalás	105
	<i>Összes óraszám:</i> 230

1. Sorozatok

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- számtani és mértani sorozatokat adott szabály alapján felír, folytat;
- a számtani/mértani sorozat n -edik tagját felírja az első tag és a különbség (differencia)/hányados (kvóciens) ismeretében;
- a számtani/mértani sorozatok első n tagjának összegét kiszámolja;
- ismeri a sorozatok kapcsolatát a megfelelő lineáris, illetve exponenciális függvényekkel;
- ismeri a sorozatok kapcsolatát a megfelelő számtani, illetve mértani közepekkel;
- ismeri a különböző kamatozási lehetőségeket;
- ismeri és alkalmazza a kamatos kamattal kapcsolatos lehetőségeket, törlesztési és járulékszámítási eseteket;
- mértani sorozatokra vonatkozó ismereteit használja gazdasági, pénzügyi, természettudományi és társadalomtudományi problémák megoldásában.
- ismeri a mértani sor fogalmát és konvergencia-tartományát;
- át tudja váltani a végtelen szakaszos tizedes törteket közönséges törtté.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A hétköznapi életben, matematikai problémában a sorozattal leírható mennyiségek észrevétele.
- Sorozatok megadási módszereinek alkalmazása.
- Összefüggések, képletek hatékony alkalmazása.
- A végtelen matematikai fogalmának használata.
- A határérték fogalmának kialakítása szemléletes megközelítésből indulva.

Fogalmak: Sorozat, számtani sorozat, mértani sorozat, kamatos kamat.

Korlátos, monoton, konvergens sorozat. Végtelen mértani sor.

Javasolt tevékenységek

- A sorozat fogalma, megadása, ábrázolása, korábbi ismeretek rendszerező ismétlése

- A teljes indukció módszerének ismételése
- Sorozat megadása rekurzióval – Fibonacci-sorozat
- Matematikatörténeti áttekintés: Fibonacci
- Számítási sorozat – lineáris függvény, a kapcsolat megállapítása
- A számítási sorozat n -edik tagjának kiszámolása
- A számítási sorozat első n tagjának összegének számolása
- A számítási közép tulajdonság alkalmazása
- Számítási feladatok megoldása a számítási sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására
- Szöveges feladatok megoldása gyakorlati alkalmazásokkal
- Matematikatörténet visszatekintés: Gauss
- Mértani sorozat – exponenciális függvény, a kapcsolat megállapítása
- A mértani sorozat n -edik tagjának meghatározása
- A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámolása
- A mértani közép tulajdonság vizsgálata
- Számítási feladatok végzése a mértani sorozat felismerésére, az összefüggések alkalmazására
- Szöveges feladatok megoldás gyakorlati alkalmazásokkal
- Kamatozási lehetőségek áttekintése
- Pénzügyi alapfogalmak bevezetése – kamatos kamat, diszkontálás, törlesztés, hitel, THM, gyűjtőjáradék
- A végtelen mértani sor értelmezése, vizsgálata
- A racionális számok és a végtelen szakaszos tizedes törtek ismételése
- Végtelen szakaszos tizedes törtek átalakítása közös nevezőre
- Valós számok közelítése racionális számokkal.
- A kör kerületének vizsgálata, a π közelítése
- Matematikatörténeti áttekintés: a π története

2. Integrálszámítás

Óraszám: 46 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri a görbe alatti terület fogalmát;
- tud felosztásokkal területet számolni;
- ismeri a határozott és a határozatlan integrál fogalmát;
- ismeri a folytonos függvények integrálhatóságát,
- ismeri a primitív függvény fogalmát, illetve az integrál és a derivált kapcsolatát,
- tudja és képes alkalmazni az integrálási szabályokat,
- meg tudja határozni a tanult elemi függvények integrálját;
- ismeri és tudja alkalmazni a Newton-Leibniz- formulát;
- ismeri és tudja alkalmazni a parciális integrálás szabályát;
- ki tudja számolni a függvények által közrezárt területet integrálással;
- tudja, hogyan használható az integrálás forgástestek térfogatának felszínének kiszámítására.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Az integrálszámítás elemeivel ismerkedve a közelítés módszerének bővítése.
- A szemléletes kép és a pontos definíció közelítése egymáshoz.
- A Newton–Leibniz-tétel alkalmazása a matematika és a fizika több területén.
- Ismerkedés olyan példákkal is, amikor csak közelítő eredmény kapható.

Fogalmak: Alsó és felső közelítő összeg, határozott integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Newton Leibniz-tétel.

Javasolt tevékenységek

- Bevezető feladatok megoldása az integrál fogalmához
- Függvény grafikonja alatti terület vizsgálata
- A megtett út és a sebesség-idő grafikon alatti terület kapcsolatának áttekintése
- A munka kiszámítása az erő-út grafikon alatti terület alapján
- Alsó és felső közelítő összegek felírása
- Az intervallum felosztása, a felosztás finomítása
- Közelítés véges összegekkel
- A határozott integrál fogalmának megadása, jelölések megismerése
- Példa keresése nem integrálható függvényekre
- Negatív függvény határozott integráljának számítása
- A határozott integrál és a terület – az előjeles terület bevezetése
- Az integrál közelítő kiszámítása (számológép, számítógép használata a határozott integrál meghatározásához)
- Matematikatörténeti áttekintés: Riemann
- Korlátos és monoton függvények integrálhatóságának megállapítása
- A határozott integrál tulajdonságainak áttekintése: a függvény számszorosának határozott integrálja, összeg és különbség határozott integrálja
- Az integrál, mint a felső határ függvényének vizsgálata
- Az integrálfüggvény bevezetése
- Folytonos függvény integrálfüggvényének deriválhatóságának megmutatása
- Kapcsolat keresése a differenciálszámítás és az integrálszámítás között
- A primitív függvény fogalmának bevezetése
- A primitív függvények halmaza – a határozatlan integrál bevezetése
- Hatvány függvény, polinom függvény integráljának megállapítása
- Trigonometrikus függvények integráljának meghatározása
- Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény integráljának kiszámítása
- A határozatlan integrál néhány tulajdonságainak megkeresése: a függvény konstans szorosának határozatlan integrálja, összeg és különbség határozatlan integrálja
- A Newton–Leibniz-tétel bizonyítása és használata
- Integrálási módszerek keresése
- Parciális integrálás alkalmazása
- Integrálás helyettesítéssel
- Az integrálszámítás alkalmazása matematikai és fizikai problémákra
- Két függvénygörbe közötti terület meghatározása
- Forgástest térfogatának, felszínének meghatározása
- Gyorsulásból sebesség, sebességből út (kitérés) számítása

3. Térgeometria, felszín, térfogat

Óraszám: 30 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri és feladatmegoldásban alkalmazza a térelemek kölcsönös helyzetét, távolságát és hajlásszögét;
- ismeri a mérés alapelvét, alkalmazza konkrét alap- és származtatott mennyiségek esetén;
- ismeri a hosszúság, terület, térfogat, űrtartalom, idő mértékegységeit és az átváltási szabályokat;
- sík- és térgeometriai feladatoknál a problémának megfelelő mértékegységben adja meg válaszát;
- ismeri a szabályos testeket;
- ismeri a terület és a térfogat tulajdonságait;
- ismeri a henger, hasáb, kúp gúla származtatását;
- ismeri és alkalmazza a hasáb, a henger, a gúla, a kúp, a gömb, a csonkagúla, a csonkakúp (speciális testek) tulajdonságait;
- lerajzolja a kocka, téglatest, egyenes hasáb, egyenes körhenger, egyenes gúla, forgáskúp hálóját;
- ki tudja számítani az egyes testekhez rendelhető megfelelő gömbök sugarát;
- ki tudja számolni a testekhez tartozó szögeket (élekkel és lapokkal kapcsolatos szögek);
- ismeri a Cavalieri-elvet;
- kiszámítja a speciális testek felszínét és térfogatát esetekben;
- ismeri az integrálszámítás alkalmazásának lehetőségeit a témakörben;
- ismeri és alkalmazza a hasonló síkidomok kerületének és területének arányára vonatkozó tételeket;
- ismeri és alkalmazza a hasonló testek felszínének és térfogatának arányára vonatkozó tételeket
- képes szélsőérték problémákat felismerni és megoldani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- A korábban kísérletezéssel, méréssel, szemlélet alapján megszerzett ismeretek mélyítése, elméleti háttérnek megteremtése.
- A térszemlélet, az esztétikai érzék fejlesztése.

Fogalmak: Térelemek hajlásszöge. Felszín, térfogat, hengersizű test, kúpszersizű test, csonkagúla, csonkakúp, gömb.

Javasolt tevékenységek

- Térelemek illeszkedése, szöge, távolsága: a fogalmak áttekintése
- Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése
- Síkidomok kerületének, területének számolása
- Korábbi ismeretek rendszerező ismétlése – sokszögek, kör
- Az ismert területképletek bizonyításának pontosítása
- Testek, szabályos testek áttekintése
- Poliéderek Euler tételének felismerése
- Szabályos testek: élék, lapok, szögek vizsgálata
- A térfogatszámítás alapelveinek rögzítése
- A Cavalieri-elv elemzése

- A hasáb származtatása
- Egyenes hasáb felszínének, térfogatának kiszámítása
- Forgáshenger felszínének, térfogatának számítása
- Ferde hasáb térfogatának elemzése
- A kúp és a gúla származtatása
- A gúla felszínének és térfogatának felírása
- A kúp felszínének, térfogatának értelmezése
- A közelítés módszerének megismerés: körkúp térfogata, felszíne
- Csonka gúla, csonka kúp származtatása
- A csonka gúla, csonka kúp térfogatának és felszínének kiszámolása
- A hasonlóság alkalmazása térgeometria problémákban
- Poliéderek térfogata elemzése
- A gömb térfogatának és felszínének megadás
- A Cavalieri-elv alkalmazása
- Az integrálszámítás alkalmazása
- A gömbbel kapcsolatos térgeometriai problémák, beírt gömb, körülírt gömb, érintő gömb vizsgálata
- Matematikatörténeti áttekintés: Cavalieri.
- Összetett feladatok, szélsőérték feladatok, versenyfeladatok megoldása

4. Matematikai logika, kombinatorika, gráfok

Óraszám: 20 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- ismeri az állítás fogalmát;
- ismeri a kétváltozós logikai függvényeket és azok főbb tulajdonságait,
- ismeri az alapvető azonosságokat és tudja ezeket bizonyítani igazságtáblával;
- ismeri az és, a vagy, az ekvivalencia áramköri modelljét, és az alternatív kapcsolást;
- látja a halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolatokat;
- megállapítja egyszerű „ha ... , akkor ...” és „akkor és csak akkor” típusú állítások logikai értékét;
- tud egyszerű állításokat indokolni és tételeket bizonyítani.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Korábban megismert fogalmak ismétlése, elmélyítése.
- Kombinatorikai és gráfelméleti módszerek alkalmazása a matematika különböző területein, felfedezésük a hétköznapi problémákban.

Fogalmak: Negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia. Nem és, nem vagy.

Javasolt tevékenységek

- Logikai műveletek: negáció, konjunkció, diszjunkció, implikáció, ekvivalencia, igazságtáblázat.
- Azonosságok (De Morgan, asszociativitás, kétféle disztributivitás)
- A köznapi szóhasználat és a matematikai szóhasználat összevetése.

- Logikai azonosságok bizonyítása igazságtáblával.
- Analógia, a logikai és halmazelméleti műveletek kapcsolata.
- Kapcsolat az informatikával, logikai áramkörök, műveletek, tároló áramkörök (flip-flop);
- Eseményalgebra.
- Matematikatörténet: Varga Tamás, Pólya György, George Boole.
- Bizonyítási módszerek.
- Direkt bizonyítás, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció.

5. Rendszerező összefoglalás

Óraszám: 105 óra

Tanulási eredmények

A témakör tanulása hozzájárul ahhoz, hogy a tanuló a nevelési-oktatási szakasz végére:

- képes lesz a tanultakat rendszerezni, egységben látni;
- a felmerülő problémákat a megfelelő matematikai ismeret előhívásával megoldani;
- helytállni az emelt szintű érettségi vizsgán írásban és szóban.

Fejlesztési feladatok és ismeretek

- Ismeretek rendszerezése, alkalmazása az egyes témakörökben.
- A szemléleten alapuló megközelítéstől a pontos matematikai fogalmak felé haladás.
- A megoldási módszerek tudatosítása, a problémákban alkalmazható közös modell, számítási-bizonyítási módszerek keresése.
- A tanult ismeretek alkalmazása gyakorlati problémákra is. betekintés a matematikatörténet néhány fejezetével, nagy egyéniségével a matematika épülésének folyamatába.
- Az érvelés módszerének gyakorlása, sejtések megfogalmazása, azok elfogadása vagy elvetése.
- Felkészítés a felsőfokú továbbtanulásra is az igényes matematikai gondolkodás fejlesztésével.

Fogalmak: A korábbiak áttekintése, kiemelések, megerősítések

Javasolt tevékenységek

- Gondolkodási módszerek áttekintése
- Halmazok, számhalmazok. Halmazok elemszáma. Végtelen halmazok számossága.
- A valós számok halmazának fogalma, a számkör bővítési lépéseinek áttekintése
- A komplex számok halmazának ismételése
- Logikai ismeretek ismételése
- Bizonyítási módszerek áttekintése: direkt, indirekt bizonyítás, logikai szita formula, skatulya elv, teljes indukció
- Kombinatorika, gráfelmélet ismételése
- Gráfok alkalmazása a problémamegoldás során
- Számelmélet, algebra áttekintése
- Számhalmazok összehasonlítása

- A valós számok halmazán értelmezett műveletek, műveleti tulajdonságok biztonságos használata
- Számelmélet áttekintése
- Oszthatósági alapfogalmak ismételése, a matematika más területein való használat áttekintése
- Algebrai alapfogalmak, azonosságok ismételése
- Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek megoldása
- Szöveges feladatok megoldása. A szükséges lépések kiemelése
- Másodfokú egyenlet, trigonometrikus egyenlet, exponenciális egyenlet és egyenlőtlenség megoldása
- Geometria ismételése
- Mérés és mérték áttekintése
- A hosszúság, a terület, a térfogat mérése, a szögmérése
- Geometriai szerkesztések
- A geometriai transzformációk áttekintése, osztályozása
- Egybevágóság, hasonlóság ismételése
- A szimmetrián alapuló állítások elemzése a geometriai alakzatok között
- A háromszögekre vonatkozó ismeretek ismételése
- Négyszögekre, sokszögekre vonatkozó ismeretek áttekintése
- Körre vonatkozó ismeretek ismételése. A kör részei, ezek területe, ívhossza.
- Vektorok, koordináta geometria ismételése
- Trigonometria ismételése
- A szögfüggvények és a hasonlóság kapcsolata szerepének áttekintése a fogalmak megalkotásában
- Geometriai alakzatok adatainak meghatározása szögfüggvényekkel, szinusztétellel, koszinusztétellel
- Sorozatok, függvények áttekintése
- Függvények grafikonjai, jellemzésük gyakorlása
- Sorozatok ismételése
- A számtani és mértani sorozat alkalmazása
- Monotonitás és korlátosság ismételése
- A határérték fogalmának mélyítése az ismétlés során is, a szemlélettől az absztrakció felé haladva
- Analízis ismételése
- A differenciálszámítás és integrálszámítás alkalmazása
- Statisztika, valószínűségi problémák megoldása, a fogalmak frissítése
- Adatsokaságok elemzése
- Véletlen jelenségek vizsgálata
- A matematikatörténet néhány érdekes problémájának áttekintése. Matematikusokról a korábbi években szerzett ismeretek áttekintése.