ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. október 20.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2020. október 20. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTÉRIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

$\square$

4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (sin, cos, tg, log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Egy középiskolába 700 tanuló jár. Közülük 10% sportol rendszeresen a két iskolai szakosztály közül legalább az egyikben. Az atlétika szakosztályban 36 tanuló sportol rendszeresen, és pontosan 22 olyan diák van, aki az atlétika és a kosárlabda szakosztály munkájában is részt vesz.

a) Készítsen halmazábrát az iskola tanulóiról a feladat adatainak feltüntetésével!

b) Hányan sportolnak a kosárlabda szakosztályban?

c) Egy másik iskola sportegyesületében 50 kosaras sportol, közülük 17 atletizál is. Ebben az iskolában véletlenszerűen kiválasztunk egy kosarast. Mennyi a valószínűsége, hogy a kiválasztott tanuló atletizál is?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy kultúrpalota színháztermének a nézőtere szimmetrikus trapéz alaprajzú, a széksorok a színpadtól távolodva rövidülnek. A leghátsó sorban 20 szék van, és minden megelőző sorban 2-vel több, mint a mögötte lévőben. 500 diák és 10 kísérő tanár pont megtöltik a nézőteret. Hány széksor van a nézőtéren?

12 pont	

15. A fizika órai tanulókísérlet egy tömegmérési feladat volt. A mérést 19 tanuló végezte el. A mért tömegre gramm pontossággal a következő adatokat kapták: 37, 33, 37, 36, 35, 36, 37, 40, 38, 33, 37, 36, 35, 35, 38, 37, 36, 35, 37.

a) Készítse el a mért adatok gyakorisági táblázatát!

b) Mennyi a mérési adatok átlaga gramm pontossággal?

c) Mekkora a kapott eredmények mediánja, módusza?

d) Készítsen oszlopdiagramot a mérési eredményekről!

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	2 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Oldja meg az alábbi egyenleteket!

a) $\log_3\left(\sqrt{x+1}+1\right)=2$ x valós szám és $x \geq -1$

b) $2\cos^2 x = 4 - 5\sin x$ x tetszőleges forgásszöget jelöl

a)	6 pont	
b)	11 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy vállalkozás reklám-ajándéka szabályos hatszög alapú egyenes gúla, amit fából készítenek el. A gúla alapélei 4,2 cm hosszúak, magassága 25 mm.

a) Hány cm^3 faanyag van egy elkészült gúlában?

b) A gúla oldallapjait színesre festik. Hány cm^2 felületet festenek be egy gúla oldallapjainak a színezésekor?

c) A gúla oldallapjait hat különböző színnel festik be úgy, hogy 1-1 laphoz egy színt használnak. Hányféle lehet ez a színezés? (Két színezést akkor tekintünk különbözőnek, ha forgatással nem vihetők át egymásba.)

d) A cég bejáratánál az előbbi tárgy tízszeresére nagyított változatát helyezték el. Hányszor annyi fát tartalmaz ez, mint egy ajándéktárgy?

a)	4 pont	
b)	8 pont	
c)	3 pont	
d)	2 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. 2001-ben a havi villanyszámla egy háztartás esetében három részből állt.

- az alapdíj 240 Ft, ez független a fogyasztástól,
- a nappali áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 19,8 Ft,
- az éjszakai áram díja 1 kWh fogyasztás esetén 10,2 Ft.

A számla teljes értékének 12%-át kell még általános forgalmi adóként (ÁFA) kifizetnie a fogyasztónak.

a) Mennyit fizetett forintra kerekítve egy család abban a hónapban, amikor a nappali fogyasztása 39 kWh, az éjszakai fogyasztása 24 kWh volt?

b) Adjon képletet a befizetendő számla F összegére, ha a nappali fogyasztás x kWh, és az éjszakai fogyasztás pedig y kWh!

c) Mennyi volt a család fogyasztása a nappali illetve és az éjszakai áramból abban a hónapban, amikor 5456 Ft-ot fizettek, és tudjuk, hogy a nappali fogyasztásuk kétszer akkora volt, mint az éjszakai?

d) Mekkora volt a nappali és az éjszakai fogyasztás aránya abban a hónapban, amikor a kétféle fogyasztásért (alapdíj és ÁFA nélkül) ugyanannyit kellett fizetni?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	8 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Az f és g függvényeket a valós számok halmazán értelmezzük a következő képletek szerint: $f(x) = (x + 1)^2 - 2$; $g(x) = -x - 1$.

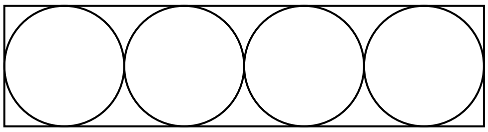
a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben az f függvényt! (Az ábrán szerepeljen a grafikonnak legalább a $-3{,}5 \le x \le 1$ intervallumhoz tartozó része.)

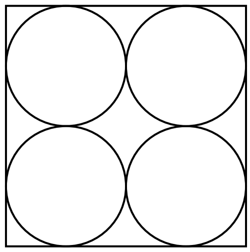
b) Ábrázolja ugyanabban a koordinátarendszerben a g függvényt!

c) Oldja meg az $(x + 1)^2 - 2 \le - x - 1$ egyenlőtlenséget!

a)	4 pont	
b)	2 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. 4 cm átmérőjű fagolyókat négyesével kis (téglatest alakú) dobozokba csomagolunk úgy, hogy azok ne lötyögjenek a dobozokban. A két szóba jövő elrendezést felülnézetből lerajzoltuk:





A dobozokat átlátszó műanyag fóliával fedjük le, a doboz többi része karton papírból készül. A ragasztáshoz, hegesztéshez hozzászámoltuk a doboz méreteiből adódó anyagszükséglet 10%-át.

a) Mennyi az anyagszükséglet egy-egy dobozfajtánál a két felhasznált anyagból külön-külön?

b) A négyzet alapú dobozban a fagolyók közötti teret állagmegóvási célból tömítő anyaggal töltik ki. A doboz térfogatának hány százalékát teszi ki a tömítő anyag térfogata?

a)	8 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Összeadtunk ötvenöt egymást követő pozitív páratlan számot, az összeg értéke 3905.

a) Melyik volt az összegben az első, illetve az ötvenötödik páratlan szám?

b) Melyik az összeadottak között a legkisebb olyan szám, amelynek a prímtényezős felbontásában két különböző prímszám szerepel, és a négyzete ötre végződik?

a)	8 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy osztály történelem dolgozatot írt. Öt tanuló dolgozata jeles, tíz tanulóé jó, három tanulóé elégséges, két tanuló elégtelen dolgozatot írt.

a) Hányan írtak közepes dolgozatot, ha tudjuk, hogy az osztályátlag 3,410-nál nagyobb és 3,420-nál kisebb?

b) Készítsen gyakorisági táblázatot, és ábrázolja oszlop-diagrammal az osztályzatok gyakoriságát!

c) A párhuzamos osztályban 32 tanuló írta meg ugyanezt a dolgozatot, és ott 12 közepes dolgozat született. Melyik osztályban valószínűbb, hogy a dolgozatok közül egyet véletlenszerűen elővéve éppen közepes dolgozat kerül a kezünkbe?

a)	10 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy négyzet oldalegyenesei a koordinátatengelyek és az $x = 1$, valamint az $y = 1$ egyenletű egyenesek.

a) Ábrázolja derékszögű koordinátarendszerben a négyzetet és adja meg csúcsainak koordinátáit!

b) Írja fel a négyzet köré írható kör egyenletét!

c) Állapítsa meg, hogy a négyzet kerülete hány százaléka a kör kerületének?

d) Az $y = -4x + 2$ egyenletű egyenes a négyzetet két részre bontja. Számítsa ki e részek területének arányát!

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	2 pont	
d)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 2. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy szellemi vetélkedő döntőjébe 20 versenyzőt hívnak be. A zsűri az első három helyezettet és két további különdíjast fog rangsorolni. A rangsorolt versenyzők oklevelet és jutalmat kapnak.

a) Az öt rangsorolt versenyző mindegyike ugyanarra a színházi előadásra kap egy-egy jutalomjegyet. Hányféle kimenetele lehet ekkor a versenyen a jutalmazásnak?

b) A dobogósok három különböző értékű könyvutalványt, a különdíjasok egyike egy színházjegyet, a másik egy hangversenyjegyet kap. Hányféle módon alakulhat ekkor a jutalmazás?

c) Ha már eldőlt, kik a rangsorolt versenyzők, hányféle módon oszthatnak ki nekik jutalmul öt különböző verseskötetet?

d) Kis Anna a döntő egyik résztvevője. Ha feltesszük, hogy a résztvevők egyenlő eséllyel versenyeznek, mekkora a valószínűsége, hogy Kis Anna eléri a három dobogós hely egyikét, illetve hogy az öt rangsorolt személy egyike lesz?

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13.

a) Mely pozitív egész számokra igaz a következő egyenlőtlenség?

$$5^{x-2} < 5^{13-2x}$$

b) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$9^{\sqrt{x}} = 3^{x-3}$$

a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	**12 pont**	

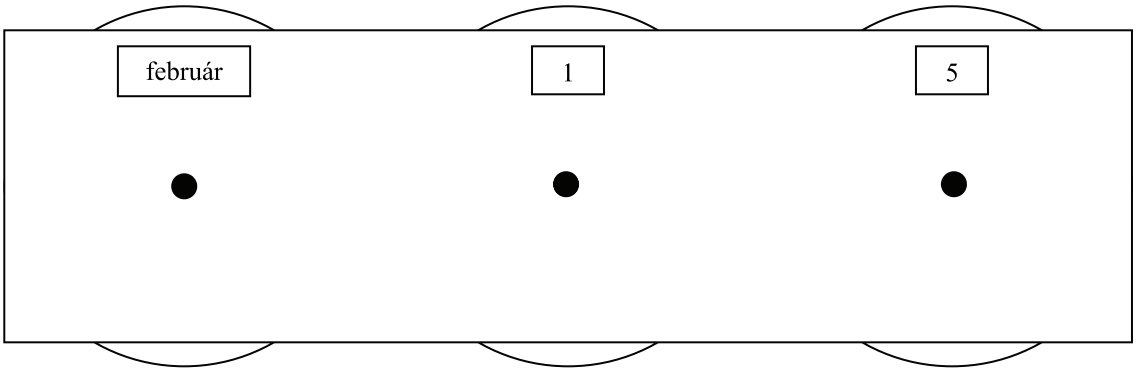
14. Az iskola rajztermében minden rajzasztalhoz két széket tettek, de így a legnagyobb létszámú osztályból nyolc tanulónak nem jutott ülőhely. Minden rajzasztalhoz betettek egy további széket, és így hét üres hely maradt, amikor ebből az osztályból mindenki leült.

a) Hány rajzasztal van a teremben? Hányan járnak az iskola legnagyobb létszámú osztályába?

A rajzterem falát (lásd az ábrán) egy naptár díszíti, melyen három forgatható korong található. A bal oldali korongon a hónapok nevei vannak, a másik két korongon pedig a napokat jelölő számjegyek forgathatók ki. A középső korongon a 0, 1, 2, 3; a jobb szélsőn pedig a 0, 1, 2, 3, ...8, 9 számjegyek szerepelnek. Az ábrán beállított dátum február 15. Ezzel a szerkezettel kiforgathatunk valóságos vagy csak a képzeletben létező „dátumokat”.

b) Összesen hány „dátum” forgatható ki?

c) Mennyi a valószínűsége annak, hogy a három korongot véletlenszerűen megforgatva olyan dátumot kapunk, amely biztosan létezik az évben, ha az nem szökőév.



a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	**12 pont**	

15. Egy négyzet és egy rombusz egyik oldala közös, a közös oldal 13 cm hosszú. A négyzet és a rombusz területének az aránya 2 : 1.

a) Mekkora a rombusz magassága?

b) Mekkorák a rombusz szögei?

c) Milyen hosszú a rombusz hosszabbik átlója? A választ két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	**12 pont**	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy televíziós vetélkedőn 20 játékos vesz részt. A műsorvezető kérdésére a lehetséges három válasz közül kell a játékosoknak az egyetlen helyes megoldást kiválasztani, melyet az A, a B vagy a C gomb megnyomásával jelezhetnek. A vetélkedő három fordulóból áll, minden fordulóban négy kérdésre kell válaszolni. Amelyik versenyző hibásan válaszol, 0 pontot kap. A helyes válaszért annyi pont jár, ahány helytelen válasz született (pl. ha Péter jól válaszol és 12-en hibáznak, akkor Péter 12 pontot szerez).

a) Töltse ki az első forduló táblázatának hiányzó adatait!

Első forduló eredményei	1. kérdés	2. kérdés	3. kérdés	4. kérdés
Anikó válasza	helyes	hibás	helyes	
Jó válaszok száma	7	10		8
Anikó elért pontszáma			5	0

b) Hány százalékkal növekedett volna Anikó összpontszáma az első fordulóban, ha a második kérdésre is jól válaszolt volna? (A többi játékos válaszát változatlannak képzeljük.)

c) Ha Anikó valamelyik másik fordulóban mind a négy kérdésre találomra válaszol, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy minden válasza helyes?

d) Hány játékosnak kell helyesen válaszolnia egy adott kérdésre ahhoz, hogy a 20 játékosnak erre a kérdésre kapott összpontszáma a lehető legtöbb legyen? Válaszát indokolja!

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	**17 pont**	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Szabó nagymamának öt unokája van, közülük egy lány és négy fiú. Nem szeret levelet írni, de minden héten ír egy-egy unokájának, így öt hét alatt mindegyik unoka kap levelet.

a) Hányféle sorrendben kaphatják meg az unokák a levelüket az öt hét alatt?

b) Ha a nagymama véletlenszerűen döntötte el, hogy melyik héten melyik unokájának írt levél következik, akkor mennyi annak a valószínűsége, hogy lányunokája levelét az ötödik héten írta meg?

Szabó nagymama sálat kötött egyetlen lányunokájának. Az első napon 8 cm készült el a sálból, és a nagymama elhatározta, hogy a további napokon minden nap 20 százalékkal többet köt meg, mint az előző napon. Ezt az elhatározását tartani tudta.

c) Hány nap alatt készült-el a 2 méter hosszúra tervezett sál?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	11 pont	
Ö.:	**17 pont**	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egyenlő szárú háromszög alapja 40 cm, szárainak hossza 52 cm. A háromszöget megforgatjuk a szimmetriatengelye körül.
(A válaszait két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a) Készítsen vázlatrajzot az adatok feltüntetésével, és számítsa ki, hogy mekkora a keletkező forgáskúp nyílásszöge?

b) Számítsa ki a keletkező forgáskúp térfogatát!

c) Mekkora a felszíne annak a gömbnek, amelyik érinti a kúp alapkörét és a palástját?

d) Mekkora a kúp kiterített palástjának területe?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	**17 pont**	

A

13. Oldja meg a valós számpárok halmazán a következő egyenletrendszert!

$$x \cdot y = 600$$
$$(x-10)\cdot(y+5) = 600$$

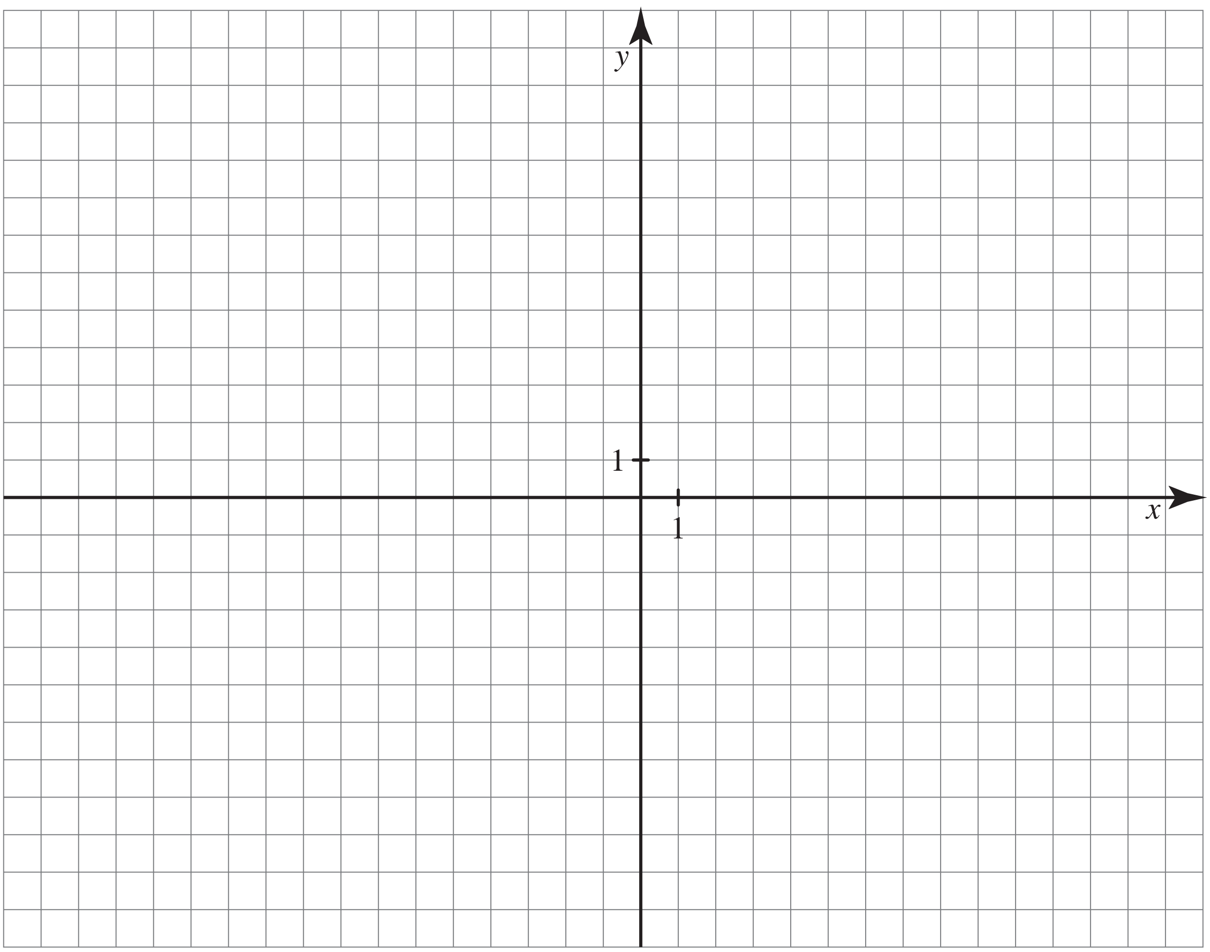
Ö.:	12 pont	

14.

a) Fogalmazza meg, hogy az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=|x+2|-1$ függvény grafikonja milyen transzformációkkal származtatható az $f_0:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f_0(x)=|x|$ függvény grafikonjából! Ábrázolja az *f* függvényt a [–6 ; 6] intervallumon!

b) Írja fel az $A(-4\,;1)$ és $B(5\,;4)$ pontokon áthaladó egyenes egyenletét! Mely pontokban metszi az *AB* egyenes az *f* függvény grafikonját? (Válaszát számítással indokolja!)

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	



15. Csilla és Csongor ikrek, és születésükkor mindkettőjük részére takarékkönyvet nyitottak a nagyszülők. 18 éves korukig egyikőjük számlájáról sem vettek fel pénzt.

Csilla számlájára a születésekor 500 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg évi 8%-kal kamatozik.

a) Legfeljebb mekkora összeget vehet fel Csilla a 18. születésnapján a számlájáról, ha a kamat mindvégig 8%? (A pénzt forintra kerekített értékben fizeti ki a bank.)

Csongor számlájára a születésekor 400 000 Ft-ot helyeztek el. Ez az összeg félévente kamatozik, mindig azonos kamatlábbal.

b) Mekkora ez a félévenkénti kamatláb, ha tudjuk, hogy Csongor a számlájáról a 18. születésnapján 2 millió forintot vehet fel? (A kamatláb mindvégig állandó.) A kamatlábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy fa építőjáték-készlet négyféle, különböző méretű téglatestfajtából áll. A készletben a különböző méretű elemek mindegyikéből 10 db van. Az egyik téglatest, nevezzük alapelemnek, egy csúcsából induló éleinek hossza: 8 cm, 4 cm, 2 cm. A többi elem méreteit úgy kapjuk, hogy az alapelem valamelyik 4 párhuzamos élének a hosszát megduplázzuk, a többi él hosszát pedig változatlanul hagyjuk.

a) Mekkora az egyes elemek felszíne?

b) Rajzolja le az alapelem kiterített hálózatának 1:2 arányú kicsinyített képét!

c) Elférhet-e a játékkészlet egy olyan kocka alakú dobozban, amelynek belső éle 16 cm?

d) A teljes készletből öt elemet kiveszünk. (A kiválasztás során minden elemet azonos valószínűséggel választunk.) Mekkora valószínűséggel lesz mind az öt kiválasztott elem négyzetes oszlop? (A valószínűség értékét három tizedesjegy pontossággal adja meg!)

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Határozza meg az alábbi egyenletek valós megoldásait!

a) $\left(\log_2 x-3\right)\cdot\left(\log_2 x^2+6\right)=0$

b) $\sin^2\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{4}$

a)	7 pont	
b)	10 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Az autókereskedés parkolójában 1–25-ig számozott hely van. Minden beérkező autó véletlenszerűen kap parkolóhelyszámot.

a) Az üres parkolóba elsőként beparkoló autó vezetőjének szerencseszáma a 7. Mekkora annak a valószínűsége, hogy a kapott parkolóhelyszámnak van hetes számjegye, vagy a szám hétnek többszöröse?

Május 10-én az üres parkolóba 25 kocsi érkezik: 12 ezüstszínű ötajtós, 4 piros négyajtós, 2 piros háromajtós és 7 zöld háromajtós.

b) Az üres parkolóba már beálltak a négy és ötajtós autók. Hányféleképpen állhatnak be az üresen maradt helyekre a háromajtósak? (Az azonos színű autókat nem különböztetjük meg egymástól.)

A május 10-re előjegyzett 25 vevő az autó színére is megfogalmazta előzetesen a kívánságait. Négyen zöld kocsit rendeltek, háromnak a piros szín kivételével mindegyik megfelel, öten akarnak piros vagy ezüst kocsit, tízen zöldet vagy pirosat. Három vevőnek mindegy, milyen színű kocsit vesz.

c) Színek szempontjából kielégíthető-e a május 10-re előjegyzett 25 vevő igénye az aznap reggel érkezett autókkal?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13.

a) Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

$(x+2)^2 - 90 = 5 \cdot (0{,}5x - 17)$

b) Oldja meg a valós számok halmazán a $\frac{3-x}{7x} < 2$ egyenlőtlenséget!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Angéla a pihenőkertjük egy részére járólapokat fektetett le. Az első sorba 8 járólap került, minden további sorba kettővel több, mint az azt megelőzőbe. Összesen 858 járólapot használt fel.

a) Hány sort rakott le Angéla?

A járólapokat 225-ös csomagolásban árusítják. Minden csomagban bordó színű a járólapok 16 %-a, a többi szürke. Angéla 4 csomag járólapot vásárolt. Csak bordó színű lapokat rakott le az első és az utolsó sorba. Ezen kívül a többi sor két szélén levő 1–1 járólap is bordó, az összes többi lerakott járólap szürke.

b) Adja meg, hogy hány szürke és hány bordó járólap maradt ki a lerakás után!

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Béla egy fekete és egy fehér színű szabályos dobókockával egyszerre dob. Feljegyzi azt a kétjegyű számot, amelyet úgy kap, hogy a tízes helyiértéken a fekete kockával dobott szám, az egyes helyiértéken pedig a fehér kockával dobott szám áll.

Mennyi annak a valószínűsége, hogy a feljegyzett kétjegyű szám

a) négyzetszám;
b) számjegyei megegyeznek;
c) számjegyeinek összege legfeljebb 9?

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Adott az $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 56 = 0$ egyenletű kör és az $x - 8{,}4 = 0$ egyenletű egyenes.

a) Számítsa ki a kör és az egyenes közös pontjainak koordinátáit!

b) Mekkora távolságra van a kör középpontja az egyenestől?

Egy 9 cm sugarú kört egy egyenes két körívre bont. Az egyenes a kör középpontjától 5,4 cm távolságban halad.

c) Számítsa ki a hosszabb körív hosszát! (A választ egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

a)	6 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

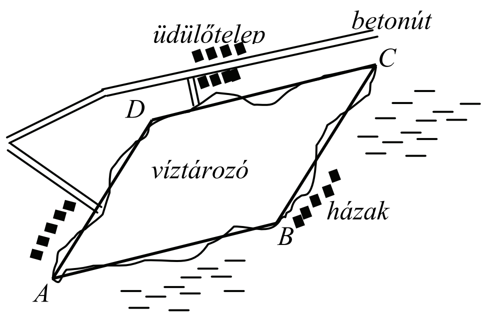
A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy víztározó víztükrének alakját az ábrán látható módon az $ABCD$ paralelogrammával közelítjük. A paralelogrammának az 1 : 30 000 méretarányú térképen mért adatai: $AB = 4{,}70\text{ cm}$, $AD = 3{,}80\text{ cm}$ és $BD = 3{,}30\text{ cm}$.

a) A helyi önkormányzat olyan kerékpárút építését tervezi, amelyen az egész víztározót körbe lehet kerekezni. Hány km hosszúságú lesz ez az út, ha hossza kb. 25%-kal több a paralelogramma kerületénél? Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

b) Mekkora az a legnagyobb távolság, amelyet motorcsónakkal, irányváltoztatás nélkül megtehetünk a víztározó víztükrén? Válaszát km-ben, egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

c) Körülbelül hány m^3-rel lesz több víz a víztározóban, ha a vízszintet 15 cm-rel megemelik? Válaszát ezer m^3-re kerekítve adja meg!



a)	4 pont	
b)	7 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16–18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Ha az eredetileg I_0 $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugár x mm ($x \geq 0$) mélyre hatol egy bizonyos anyagban, akkor ebben a mélységben intenzitása $I(x) = I_0 \cdot 0{,}1^{\frac{x}{6}}$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ lesz.

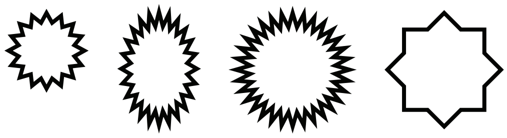
Ezt az anyagot $I_0 = 800$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$ intenzitású lézersugárral világítják meg.

a) Töltse ki az alábbi táblázatot! (Az intenzitásra kapott mérőszámokat egészre kerekítve adja meg!)

x (mm)	0	0,3	0,6	1,2	1,5	2,1	3
$I(x)$ $\left(\frac{\text{watt}}{\text{m}^2}\right)$	800						

b) Mekkora mélységben lesz a behatoló lézersugár intenzitása az eredeti érték (I_0) 15%-a? (A választ tizedmilliméterre kerekítve adja meg!)

c) Egy gyermekszínház műsorának valamelyik jelenetében dekorációként az ábrán látható elrendezés szerinti négy csillag közül egyeseket zöld vagy kék lézerfénnyel rajzolnak ki. Hány különböző dekorációs terv készülhet, ha legalább egy csillagot ki kell rajzolni a lézerrel?



a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenlőtlenségeket!

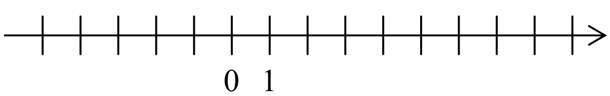
a) $x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3}$

b) $-3x^2 - 1 \le -4$

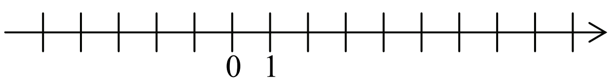
Mindkét esetben ábrázolja a megoldáshalmazt számegyenesen!

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

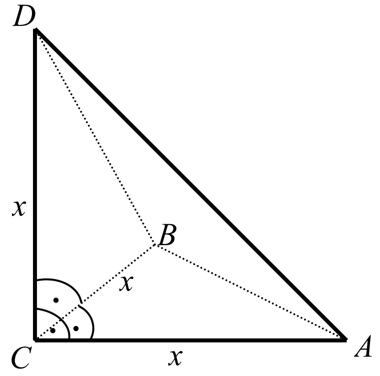
a)



b)



14. Az iskolatejet gúla alakú, impregnált papírból készült dobozba csomagolják. (Lásd az alábbi ábrát, ahol $CA = CB = CD$.)



A dobozba 2,88 dl tej fér.

a) Számítsa ki a gúla éleinek hosszát! Válaszát egész cm-ben adja meg!

b) Mekkora a papírdoboz felszíne? Válaszát cm^2-ben, egészre kerekítve adja meg!

a)	8 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy kockajátékban egy **menet** abból áll, hogy szabályos dobókockával **kétszer dobunk** egymás után. Egy dobás 1 pontot ér, ha négyest, vagy ötöst dobunk, egyébként a dobásért nem jár pont. A **menetet** úgy pontozzák, hogy a két dobásért járó pontszámot összeadják.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy egy **menetben** 1 pontot szerzünk, és azt az első dobásért kapjuk?

b) Minek nagyobb a valószínűsége,
- annak, hogy egy **menetben** szerzünk pontot, vagy
- annak, hogy egy **menetben** nem szerzünk pontot?

a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16.

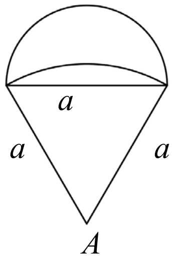
a) Egy számtani sorozat első tagja –7, a nyolcadik tagja 14. Adja meg n lehetséges értékeit, ha a sorozat első n tagjának összege legfeljebb 660.

b) Egy mértani sorozat első tagja ugyancsak –7, a negyedik tagja –189. Mekkora az n, ha az első n tag összege –68 887?

a)	9 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az ábrán egy ejtőernyős klub kitűzője látható. (Az egyik körív középpontja a szabályos háromszög A csúcsa, a másik körív középpontja az A csúccsal szemközti oldal felezőpontja.)
Ezt a lapot fogják tartományonként színesre festeni.



a) Számítsa ki egyenként mindhárom tartomány területét, ha $a = 2{,}5\ \text{cm}$! Számításait legalább két tizedesjegy pontossággal végezze, és az így kapott eredményt egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

b) Hányféle módon festhető színesre a kitűző, ha minden tartományt a piros, sárga, zöld és kék színek valamelyikére festenek a következő két feltétel együttes figyelembe vételével:
(1) szomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek;
(2) piros és sárga színű tartomány nem lehet egymás mellett.
(Szomszédos tartományoknak van közös határvonala.)

a)	6 pont	
b)	11 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Megkérdeztek 25 családot arról, hogy hány forintot költöttek az elmúlt hónapban friss gyümölcsre. A felmérés eredményét mutatja az alábbi táblázat:

3500	4500	5600	4000	6800
4000	3400	5600	6200	4500
500	5400	2500	2100	1500
9000	1200	3800	2800	4500
4000	3000	5000	3000	5000

(Az adatokat tekintsük pontos értékeknek!)

a) Hány forintot költöttek átlagosan ezek a családok friss gyümölcs vásárlására az elmúlt hónapban?

b) Ossza 1000 Ft terjedelmű osztályokba a fenti értékeket, kezdve a 0-1000 Ft, 1001-2000 Ft stb. osztályokkal, és ábrázolja ezeknek az osztályoknak a gyakoriságát oszlopdiagramon!

c) Az 500 Ft és a 9000 Ft kiugró értékek.
Mennyi a megmaradt adatok átlaga, ha ezeket a kiugró értékeket elhagyjuk az adatok közül?
Hány százalékos változást jelent ez az eredeti átlaghoz képest, és milyen irányú ez a változás?
Mennyi az így keletkezett új adatsor terjedelme?
(Az átlagot forintra, a százaléklábat két tizedesjegyre kerekítve adja meg!)

d) Az eredeti mintát a vizsgálatot végző cég két új család megfelelő adatával bővítette. Az egyik az eredeti átlagnál 1000 Ft-tal többet, a másik ugyanennyivel kevesebbet költött havonta friss gyümölcsre.
Mutassa meg **s**zámítással, hogy így az átlag nem változott!

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	6 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

b)

Havi költség Ft-ban	Családok száma
1-1000	
1001-2000	
2001-3000	
3001-4000	
4001-5000	
5001-6000	
6001-7000	
7001-8000	
8001-9000	

A

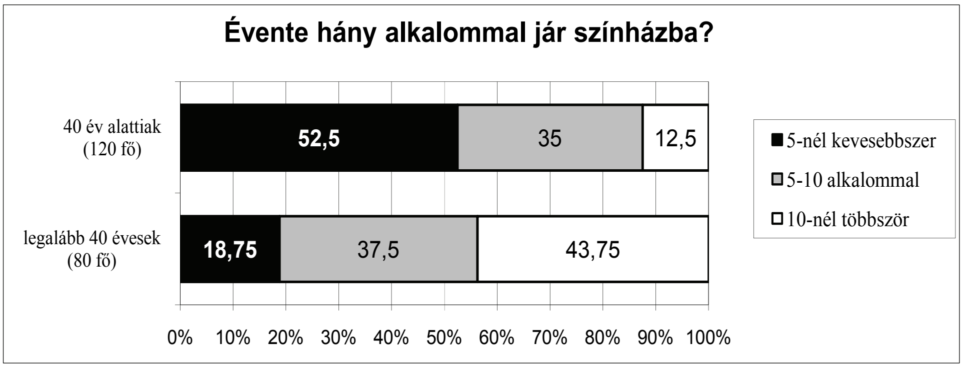
13. Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenleteket!

a) $5-x=\sqrt{2x^2-71}$

b) $\sin^2 x=1+2\cos x$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy felmérés során két korcsoportban összesen 200 embert kérdeztek meg arról, hogy évente hány alkalommal járnak színházba. Közülük 120-an 40 évesnél fiatalabbak, 80 válaszadó pedig 40 éves vagy annál idősebb volt. Az eredményeket (százalékos megoszlásban) az alábbi diagram szemlélteti.



a) Hány legalább 40 éves ember adta azt a választ, hogy 5-nél kevesebbszer volt színházban?

b) A megkérdezettek hány százaléka jár évente legalább 5, de legfeljebb 10 alkalommal színházba?

c) A 200 ember közül véletlenszerűen kiválasztunk kettőt. Mekkora a valószínűsége annak, hogy közülük legfeljebb az egyik fiatalabb 40 évesnél? Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Adott két egyenes: $e: \ 5x - 2y = -14{,}5$, $f: \ 2x + 5y = 14{,}5$.

a) Határozza meg a két egyenes *P* metszéspontjának koordinátáit!

b) Igazolja, hogy az *e* és az *f* egyenesek egymásra merőlegesek!

c) Számítsa ki az *e* egyenes *x* tengellyel bezárt szögét!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Újsághír: *„Szeizmológusok számításai alapján a 2004. december 26-án Szumátra szigetének közelében kipattant földrengés a Richter-skála szerint 9,3-es erősségű volt; a rengést követő cunami (szökőár) halálos áldozatainak száma megközelítette a 300 ezret.”*
A földrengés Richter-skála szerinti „erőssége” és a rengés középpontjában felszabaduló energia között fennálló összefüggés: $M = -4{,}42 + \frac{2}{3}\lg E$.

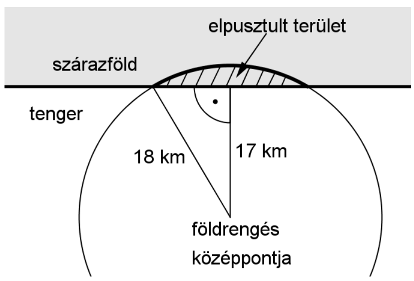
Ebben a képletben E a földrengés középpontjában felszabaduló energia mérőszáma (joule-ban mérve), M pedig a földrengés erősségét megadó nem negatív szám a Richter-skálán.

a) A Nagasakira 1945-ben ledobott atombomba felrobbanásakor felszabaduló energia $1{,}344 \cdot 10^{14}$ joule volt. A Richter-skála szerint mekkora erősségű az a földrengés, amelynek középpontjában ekkora energia szabadul fel?

b) A 2004. december 26-i szumátrai földrengésben mekkora volt a felszabadult energia?

c) A 2007-es chilei nagy földrengés erőssége a Richter-skála szerint 2-vel nagyobb volt, mint annak a kanadai földrengésnek az erőssége, amely ugyanebben az évben következett be. Hányszor akkora energia szabadult fel a chilei földrengésben, mint a kanadaiban?

d) Az óceánban fekvő egyik szigeten a földrengést követően kialakuló szökőár egy körszelet alakú részt tarolt le. A körszeletet határoló körív középpontja a rengés középpontja, sugara pedig 18 km. A rengés középpontja a sziget partjától 17 km távolságban volt (lásd a felülnézeti ábrán). Mekkora a szárazföldön elpusztult rész területe egész négyzetkilométerre kerekítve?



a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17.

a) Hány olyan négy különböző számjegyből álló négyjegyű számot tudunk készíteni, amelynek mindegyik számjegye eleme az $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7\}$ halmaznak?

b) Hány 4-gyel osztható hétjegyű szám alkotható az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyekből?

c) Hány olyan hatjegyű, hárommal osztható szám írható fel, amely csak az 1, 2, 3, 4, 5 számjegyeket tartalmazza, és e számjegyek mindegyike legalább egyszer előfordul benne?

a)	3 pont	
b)	6 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy csonkakúp alakú tejfölös doboz méretei a következők: az alaplap átmérője 6 cm, a fedőlap átmérője 11 cm és az alkotója 8,5 cm.

a) Hány cm^3 tejföl kerül a dobozba, ha a gyárban a kisebbik körlapján álló dobozt magasságának 86%-áig töltik meg?
Válaszát tíz cm^3-re kerekítve adja meg!

b) A gyártás során a dobozok 3%-a megsérül, selejtes lesz. Az ellenőr a gyártott dobozok közül visszatevéssel 10 dobozt kiválaszt. Mennyi a valószínűsége annak, hogy a 10 doboz között lesz legalább egy selejtes?
Válaszát két tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	11 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Egy háromszög csúcsainak koordinátái: $A(-2; -1)$, $B(9; -3)$ és $C(-3; 6)$.

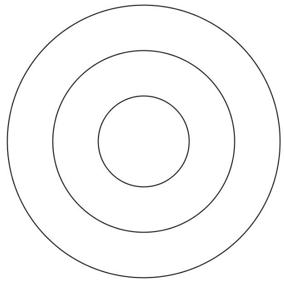
a) Írja fel a BC oldal egyenesének egyenletét!

b) Számítsa ki a BC oldallal párhuzamos középvonal hosszát!

c) Számítsa ki a háromszögben a C csúcsnál lévő belső szög nagyságát!

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy ajándéktárgyak készítésével foglalkozó kisiparos családi vállalkozása keretében zászlókat, kitűzőket is gyárt. Az ábrán az egyik általa készített kitűző stilizált képe látható. A kitűzőn lévő három mező kiszínezéséhez 5 szín (piros, kék, fehér, sárga, zöld) közül választhat. Egy mező kiszínezéséhez egy színt használ, és a különböző mezők lehetnek azonos színűek is.



a) Hányféle háromszínű kitűzőt készíthet a kisiparos?

b) Hányféle kétszínű kitűző készíthető?

A kisiparos elkészíti az összes lehetséges különböző (egy-, két- és háromszínű) kitűzőt egy-egy példányban, és véletlenszerűen kiválaszt közülük egyet.

c) Mennyi annak a valószínűsége, hogy olyan kitűzőt választ, amelyen az egyik mező kék, egy másik sárga, a harmadik pedig zöld színű?

a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Legyenek f és g a valós számok halmazán értelmezett függvények, továbbá:

$$f(x) = 5x + 5{,}25 \text{ és } g(x) = x^2 + 2x + 3{,}5$$

a) Számítsa ki az alábbi táblázatok hiányzó értékeit!

x	3
$f(x)$	

x	
$g(x)$	2,5

b) Adja meg a g függvény értékkészletét!

c) Oldja meg az $5x + 5{,}25 > x^2 + 2x + 3{,}5$ egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Stefi mobiltelefon-költségeinek fedezésére feltöltőkártyát szokott vásárolni. A mobiltársaság ebben az esetben sem előfizetési díjat, sem hívásonkénti kapcsolási díjat nem számol fel. Csúcsidőben a percdíj 25 forinttal drágább, mint csúcsidőn kívül. Stefi az elmúlt négy hétben összesen 2 órát telefonált és 4000 Ft-ot használt fel kártyája egyenlegéből úgy, hogy ugyanannyi pénzt költött csúcsidőn belüli, mint csúcsidőn kívüli beszélgetésekre.

a) Hány percet beszélt Stefi mobiltelefonján csúcsidőben az elmúlt négy hétben?

A mobiltársaság Telint néven új mobilinternet csomagot vezet be a piacra január elsején. Januárban 10 000 új előfizetőt várnak, majd ezután minden hónapban az előző havinál 7,5%-kal több új előfizetőre számítanak. Abban a hónapban, amikor az adott havi új előfizetők száma eléri a 20 000-et, a társaság változtatni szeretne a Telint csomag árán.

b) Számítsa ki, hogy a tervek alapján melyik hónapban éri el a Telint csomag egyhavi új előfizetőinek a száma a 20 000-et!

a)	11 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Egy szabályos négyoldalú (négyzet alapú) gúla alapéle 12 cm, oldallapjai 60°-os szöget zárnak be az alaplap síkjával.

a) Számítsa ki a gúla felszínét (cm^2-ben) és térfogatát (cm^3-ben)! Válaszait egészre kerekítve adja meg!

A gúlát két részre osztjuk egy az alaplappal párhuzamos síkkal, amely a gúla magasságát a csúcstól távolabbi harmadoló pontban metszi.

b) Mekkora a keletkező gúla és csonkagúla térfogatának aránya? Válaszát egész számok hányadosaként adja meg!

c) Számítsa ki a keletkező csonkagúla felszínét cm^2-ben!

a)	7 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszés szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Az egyik világbajnokságon részt vevő magyar női vízilabdacsapat 13 tagjának életkor szerinti megoszlását mutatja az alábbi táblázat.

Életkor	17	18	19	21	22	23	24	25	26	31
Gyakoriság	2	1	1	1	2	1	2	1	1	1

a) Számítsa ki a csapat átlagéletkorát!

Jelölje *A* azt az eseményt, hogy a csapatból 7 játékost véletlenszerűen kiválasztva, a kiválasztottak között legfeljebb egy olyan van, aki 20 évnél fiatalabb.

b) Számítsa ki az *A* esemény valószínűségét!

A világbajnokság egyik mérkőzésén a magyar kezdőcsapat 6 mezőnyjátékosáról a következőket tudjuk:

- a legidősebb és a legfiatalabb játékos életkorának különbsége 12 év,
- a játékosok életkorának egyetlen módusza 22 év,
- a hat játékos életkorának mediánja 23 év,
- a hat játékos életkorának átlaga 24 év.

c) Adja meg a kezdőcsapat hat mezőnyjátékosának életkorát!

a)	2 pont	
b)	8 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Oldja meg a valós számok halmazán a következő egyenletet!

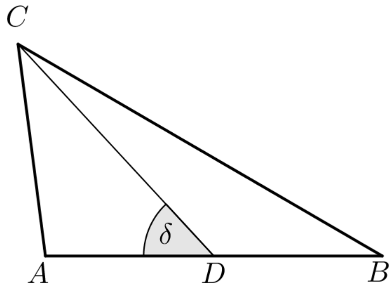
$$x+4=\sqrt{4x+21}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenletrendszert, ahol x és y valós számot jelöl!

$$\left.\begin{aligned} 3x+y&=16 \\ 5x-2y&=45 \end{aligned}\right\}$$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Az ábrán látható ABC háromszögben a D pont felezi az AB oldalt. A háromszögben ismert: $AB = 48$ mm, $CD = 41$ mm, $\delta = 47°$.



a) Számítsa ki az ABC háromszög területét!

b) Számítással igazolja, hogy (egész milliméterre kerekítve) a háromszög BC oldalának hossza 60 mm!

c) Számítsa ki a háromszög B csúcsánál lévő belső szög nagyságát!

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy végzős osztály diákjai projektmunka keretében különböző statisztikai felméréseket készítettek az iskola tanulóinak körében.

a) Éva 150 diákot kérdezett meg otthonuk felszereltségéről. Felméréséből kiderült, hogy a megkérdezettek közül kétszer annyian rendelkeznek mikrohullámú sütővel, mint mosogatógéppel. Azt is megtudta, hogy 63-an mindkét géppel, 9-en egyik géppel sem rendelkeznek.
A megkérdezettek hány százalékának nincs otthon mikrohullámú sütője?

b) Jóska a saját felmérésében 200 diákot kérdezett meg arról, hogy hány számítógépük van a háztartásban. A válaszokat a következő táblázatban összesítette:

A számítógépek száma a háztartásban	Gyakoriság
0	3
1	94
2	89
3	14

Jóska felmérése alapján töltse ki az alábbi táblázatot az egy háztartásban található számítógépek számáról!

A számítógépek számának átlaga	
A számítógépek számának mediánja	
A számítógépek számának módusza	

c) Tamás a saját felmérése alapján a következőt állítja:
Minden háztartásban van televízió.
Az alábbi négy állítás közül válassza ki azt a kettőt, amely Tamás állításának tagadása!

A) Semelyik háztartásban nincs televízió.
B) Van olyan háztartás, ahol van televízió.
C) Van olyan háztartás, ahol nincs televízió.
D) Nem minden háztartásban van televízió.

Tamás állításának tagadását jelentő állítások betűjele:

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A kólibaktérium (hengeres) pálcika alakú, hossza átlagosan 2 mikrométer ($2\cdot 10^{-6}$ m), átmérője 0,5 mikrométer ($5\cdot 10^{-7}$ m).

a) Számítsa ki egy 2 mikrométer magas és 0,5 mikrométer átmérőjű forgáshenger térfogatát és felszínét!
Számításainak eredményét m^3-ben, illetve m^2-ben, normálalakban adja meg!

Ideális laboratóriumi körülmények között a kólibaktériumok gyorsan és folyamatosan osztódnak, számuk 15 percenként megduplázódik. Egy tápoldat kezdetben megközelítőleg 3 millió kólibaktériumot tartalmaz.

b) Hány baktérium lesz a tápoldatban 1,5 óra elteltével?

A baktériumok számát a tápoldatban *t* perc elteltével a $B(t) = 3\,000\,000\cdot 2^{\frac{t}{15}}$ összefüggés adja meg.

c) Hány perc alatt éri el a kólibaktériumok száma a tápoldatban a 600 milliót?
Válaszát egészre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Adott a koordináta-rendszerben két pont: $A(1; -3)$ és $B(7; -1)$.

a) Írja fel az A és B pontokra illeszkedő e egyenes egyenletét!

b) Számítással igazolja, hogy az A és a B pont is illeszkedik az $x^2 + y^2 - 6x - 2y = 10$ egyenletű k körre, és számítsa ki az AB húr hosszát!

Az f egyenesről tudjuk, hogy illeszkedik az A pontra és merőleges az AB szakaszra.

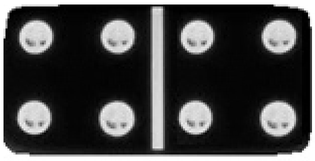
c) Számítsa ki a k kör és az f egyenes (A-tól különböző) metszéspontjának koordinátáit!

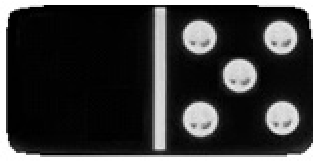
a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania, a kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. **a)** Egy memóriajáték 30 olyan egyforma méretű lapból áll, melyek egyik oldalán egy-egy egész szám áll az 1, 2, 3, … 14, 15 számok közül. Mindegyik szám pontosan két lapon szerepel. A lapok másik oldala (a hátoldala) teljesen azonos mintázatú. A 30 lapot összekeverjük. A játék kezdetén a lapokat az asztalra helyezzük egymás mellé, hátoldalukkal felfelé fordítva, így a számok nem látszanak.
Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a játék kezdetén két lapot véletlenszerűen kiválasztva a lapokon álló számok megegyeznek!

b) Egy dominókészlet azonos méretű kövekből áll. Minden dominókő egyik oldala egy vonallal két részre van osztva. Az egyes részeken elhelyezett pöttyök száma 0-tól 6-ig bármi lehet. Minden lehetséges párosításnak léteznie kell, de két egyforma kő nem lehet egy készletben. Az ábrán két kő látható: a 4-4-es és a 0-5-ös (vagy 5-0-ás).
Hány kőből áll egy dominókészlet?





c) A „Ki nevet a végén?” nevű társasjátékban egy játékos akkor indulhat el a pályán, amikor egy szabályos dobókockával 6-ost dob.
Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy valaki pontosan a harmadik dobására indulhat el a pályán!

a)	5 pont	
b)	6 pont	
c)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Egy közvélemény-kutató intézet azt a feladatot kapta, hogy két alkalommal – fél év különbséggel – mérje fel a TV-ben látható három filmsorozat nézettségi adatait. Az ábrán látható kérdőíven a válaszoló vagy azt jelölhette be, hogy az **A**, **B** és **C** sorozatok közül melyiket nézi (akár többet is meg lehetett jelölni), vagy azt, hogy egyiket sem nézi.

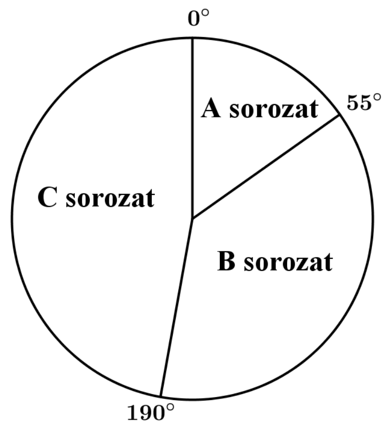
Tegyen X-et a megfelelő mezőbe!
Nézem az **A** sorozatot. ☐
Nézem a **B** sorozatot. ☐
Nézem a **C** sorozatot. ☐
Egyik sorozatot sem nézem. ☐
Ha az utolsó mezőbe X-et tett, akkor a másik három mezőt hagyja üresen!

Az első felméréskor kapott 600 kérdőív jelöléseit összesítve megállapították, hogy az **A** sorozat összesen 90 jelölést kapott, a **B** sorozat összesen 290-et, a **C** sorozat pedig összesen 230-at. Érdekes módon olyan válaszadó nem volt, aki pontosan két sorozatot nézett volna, viszont 55-en mindhárom sorozatot bejelölték.

a) A válaszolók hány százaléka nézte az **A** sorozatot?

b) Hány válaszoló nem nézte egyik sorozatot sem?

A második felmérés után kiválogatták azokat a kérdőíveket, amelyeken valamelyik sorozat meg volt jelölve. Ezeken a három sorozat nézettségére összesen 576 jelölés érkezett. Az adatok feldolgozói minden jelölést megszámoltak, és a végeredményről az itt látható kördiagramot készítették.



c) Számítsa ki, hogy az egyes sorozatok nézettségére hány jelölés érkezett!

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy család személyautóval Budapestről Keszthelyre utazott. Útközben lakott területen belül, országúton és autópályán is haladtak. Az utazással és az autóval kapcsolatos adatokat a következő táblázat tartalmazza:

	megtett út hossza (km)	átlagsebesség (km/h)	átlagos benzinfogyasztás 100 km-en (liter)
lakott területen belül	45	40	8,3
országúton	35	70	5,1
autópályán	105	120	5,9

a) Mennyi ideig tartott az utazás?

b) Hány liter ezen az utazáson az autó 100 km-re eső átlagfogyasztása?
Válaszát egy tizedesjegyre kerekítve adja meg!

Útközben elfogyott az autóból a benzin. A legközelebbi benzinkútnál kétféle benzineskannát lehet kapni. A nagyobbra rá van írva, hogy 20 literes, a kisebbre nincs ráírva semmi. A két kanna (matematikai értelemben) hasonló, a nagyobb kanna magassága éppen kétszerese a kisebb kanna magasságának.

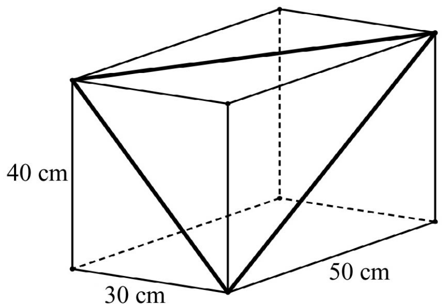
c) Hány literes a kisebb kanna?

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

15. Egy téglatest alakú akvárium egy csúcsból kiinduló élei 30 cm, 40 cm, illetve 50 cm hosszúak.

a) Hány literes ez az akvárium?
(A számolás során tekintsen el az oldallapok vastagságától!)

Tekintsük azt a háromszöget, amelynek oldalait az ábrán látható téglatest három különböző hosszúságú lapátlója alkotja.



b) Mekkora ennek a háromszögnek a legkisebb szöge?
Válaszát fokban, egészre kerekítve adja meg!

a)	3 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	11 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy számtani sorozat első tagja 56, differenciája –4.

a) Adja meg a sorozat első 25 tagjának összegét!

b) Számítsa ki az *n* értékét és a sorozat *n*-edik tagját, ha az első *n* tag összege 408.

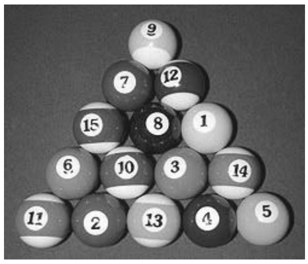
Egy mértani sorozat első tagja 10^{25}, hányadosa 0,01.

c) Hányadik tagja ennek a sorozatnak a 100 000?

a)	2 pont	
b)	8 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

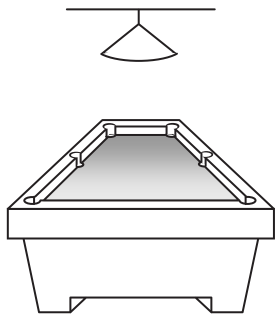
17. A biliárdjáték megkezdésekor az asztalon 15 darab azonos méretű, különböző színezésű biliárdgolyót helyezünk el háromszög alakban úgy, hogy az első sorban 5 golyó legyen, a másodikban 4, a következőkben pedig 3, 2, illetve 1 golyó.
(A golyók elhelyezésére vonatkozó egyéb szabályoktól tekintsünk el.)



a) Hányféleképpen lehet kiválasztani a 15-ből azt az 5 golyót, amelyet majd az első sorban helyezünk el? (Az 5 golyó sorrendjét nem vesszük figyelembe.)

b) Hányféle különböző módon lehet az első két sort kirakni, ha a 9 golyó sorrendjét is figyelembe vesszük?

Egy biliárdasztal játékterülete téglalap alakú, mérete 194 cm × 97 cm. A játékterület középpontja felett 85 cm-rel egy olyan (pontszerűnek tekinthető) lámpa van, amely fénykúpjának a nyílásszöge 100°.



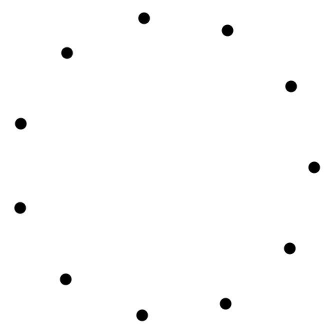
c) Számítással állapítsa meg, hogy a lámpa megvilágítja-e a játékterület minden pontját!

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	11 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Egy focicsapat 11 játékosa megérkezik az edzésre, néhányan kezet fognak egymással. (Két játékos között legfeljebb egy kézfogás történik.) Az edző felírta, hogy ki hányszor fogott kezet, és a következő számokat kapta: 0; 1; 2; 2; 2; 5; 0; 0; 4; 4; 2.

a) Ábrázolja a kézfogásoknak egy lehetséges gráfját, ahol a pontok a játékosokat jelölik, és két pont között akkor van él, ha az illetők kezet fogtak az edzés előtt!



b) Hány kézfogás történt összesen?

Egy másik alkalommal az edző által feljegyzett 11 nemnegatív egész számról a következőket állapítottuk meg: a számok egyetlen módusza 2, mediánja 3, átlaga 4, terjedelme pedig 5 volt.

c) Adjon meg a fenti feltételeknek megfelelő 11 nemnegatív egész számot!

Az edzésen a játékosok a tizenegyesrúgást gyakorolják.
Az egyik játékos 0,9 valószínűséggel lövi be a tizenegyest.

d) Mennyi a valószínűsége annak, hogy három rúgásból legalább egyszer betalál? A valószínűség pontos értékét adja meg!

a)	3 pont	
b)	2 pont	
c)	5 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Egy számtani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; a és 18.

a) Határozza meg az a értékét és a sorozat differenciáját!

Egy mértani sorozat három egymást követő tagja ebben a sorrendben 32; b és 18.

b) Határozza meg a b értékét és a sorozat hányadosát!

A 32; c és 18 számokról tudjuk, hogy a három szám átlaga kettővel kisebb, mint a mediánja, továbbá $32 > c > 18$.

c) Határozza meg a c értékét!

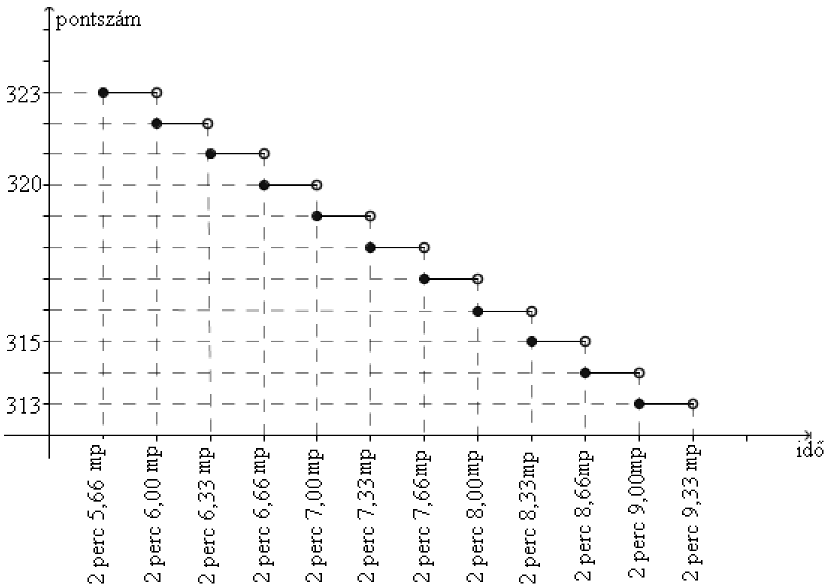
a)	3 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	13 pont	

14. Egy öttusaversenyen 31 résztvevő indult. A vívás az első szám, ahol mindenki mindenkivel egyszer mérkőzik meg. Aki 21 győzelmet arat, az 250 pontot kap. Aki ennél több győzelmet arat, az minden egyes további győzelemért 7 pontot kap a 250 ponton felül. Aki ennél kevesebbszer győz, attól annyiszor vonnak le 7 pontot a 250-ből, ahány győzelem hiányzik a 21-hez. (A mérkőzések nem végződhetnek döntetlenre.)

a) Hány pontot kapott a vívás során Péter, akinek 5 verESége volt?

b) Hány győzelme volt Bencének, aki 215 pontot szerzett?

Az öttusa úszás számában 200 métert kell úszni. Az elért időeredményekért járó pontszámot mutatja a grafikon.



c) Jelölje meg az alábbi két kérdés esetén a helyes választ!

Hány pontot kapott Robi, akinek az időeredménye 2 perc 6,28 másodperc?

A: 320 **B:** 321 **C:** 322 **D:** 323

Péter 317 pontot kapott. Az alábbiak közül válassza ki Péter időeredményét!

A: 2 perc 7,00 mp **B:** 2 perc 7,60 mp **C:** 2 perc 7,80 mp **D:** 2 perc 8,00 mp

Az öttusa lovaglás számában egy akadálypályán tizenkét különböző akadályt kell a versenyzőnek átugratnia. Egy akadály a nehézsége alapján három csoportba sorolható: *A*, *B* vagy *C* típusú. Ádám a verseny előtti bemelegítéskor először az öt darab *A*, majd a négy darab *B*, végül a három darab *C* típusú akadályon ugrat át, mindegyiken pontosan egyszer. Bemelegítéskor az egyes akadálytípusokon belül a sorrend szabadon megválasztható.

d) Számítsa ki, hogy a bemelegítés során hányféle sorrendben ugrathatja át Ádám a tizenkét akadályt!

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	2 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az ABC derékszögű háromszög AC befogója 6 cm, BC befogója 8 cm hosszú.

a) Számítsa ki az ABC háromszög hegyesszögeinek nagyságát!

A DEF derékszögű háromszög DE befogója 7 cm-rel rövidebb, mint a DF befogó.
Az átfogó 2 cm-rel hosszabb, mint a DF befogó.

b) Számítsa ki a DEF háromszög oldalainak hosszát!

a)	3 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	11 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{AC}$ vektorok 120°-os szöget zárnak be egymással, és mindkét vektor hossza 5 egység.

a) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

b) Számítsa ki az $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$ vektor hosszát!

A *PRST* rombusz középpontja a *K* (4; –3) pont, egyik csúcspontja a *T* (7; 1) pont. Tudjuk, hogy az *RT* átló hossza fele a *PS* átló hosszának.

c) Adja meg a *P*, az *R* és az *S* csúcsok koordinátáit!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	10 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. Egy 2014 végén készült előrejelzés szerint az Indiában élő tigrisek t száma az elkövetkező években (az egyes évek végén) megközelítőleg a következő összefüggés szerint alakul: $t(x) = 3600 \cdot 0{,}854^{x}$, ahol x a 2014 óta eltelt évek számát jelöli.

a) Számítsa ki, hogy az előrejelzés alapján 2016 végére hány százalékkal csökken a tigrisek száma a 2014-es év végi adathoz képest!

b) Melyik évben várható, hogy a tigrisek száma 900 alá csökken?

Egy állatkert a tigrisek fennmaradása érdekében tenyésztő programba kezd. Beszereznek 4 hím és 5 nőstény kölyöktigrist, melyeket egy kisebb és egy nagyobb kifutóban kívánnak elhelyezni a következő szabályok mindegyikének betartásával:

(I) háromnál kevesebb tigris egyik kifutóban sem lehet;
(II) a nagyobb kifutóba több tigris kerül, mint a kisebbikbe;
(III) mindkét kifutóban hím és nőstény tigrist is el kell helyezni;
(IV) egyik kifutóban sem lehet több hím, mint nőstény tigris.

c) Hányféleképpen helyezhetik el a 9 tigrist a két kifutóban?
(A tigriseket megkülönböztetjük egymástól, és két elhelyezést eltérőnek tekintünk, ha van olyan tigris, amelyik az egyik elhelyezésben más kifutóban van, mint a másik elhelyezésben.)

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy műanyag termékeket gyártó üzemben szabályos hatoldalú csonkagúla alakú, felül nyitott virágtartó dobozokat készítenek egy kertészet számára (lásd az ábrát).

A csonkagúla alaplapja 13 cm oldalú szabályos hatszög, fedőlapja 7 cm oldalú szabályos hatszög, az oldalélei 8 cm hosszúak.

a) Egy műanyagöntő gép 1 kg alapanyagból (a virágtartó doboz falának megfelelő anyagvastagság mellett) 0,93 m^2 felületet képes készíteni.
Számítsa ki, hány virágtartó doboz készíthető 1 kg alapanyagból!

A kertészetben a sok virághagymának csak egy része hajt ki: 0,91 annak a valószínűsége, hogy egy elültetett virághagyma kihajt.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy 10 darab elültetett virághagyma közül legalább 8 kihajt!
Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	11 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Oldja meg az alábbi egyenleteket a valós számok halmazán!

a) $\dfrac{2}{x-2} = x - 3$

b) $9^{x+1} - 7 \cdot 9^{x} = 54$

a)	6 pont	
b)	6 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Andrea és Gabi közösen, de különböző edzésmódszerrel készülnek egy futóversenyre. A felkészülés első hetében mindketten 15 km-t, a felkészülés tizenegyedik (11.) hetében pedig már mindketten 60 km-t futnak.

Andrea hétről hétre ugyanannyi kilométerrel növeli a lefutott táv hosszát.

a) Hány kilométerrel fut többet hétről hétre Andrea?

b) Hány kilométert fut Andrea a 11 hét alatt összesen?

Gabi hétről hétre ugyanannyi százalékkal növeli a lefutott táv hosszát.

c) Hány százalékkal fut többet hétről hétre Gabi?

a)	4 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Az $ABCD$ rombusz AC átlójának hossza 12 cm, BD átlójának hossza 5 cm.

a) Számítsa ki a rombusz belső szögeinek nagyságát!

A rombuszt megforgatjuk az AC átló egyenese körül.

b) Számítsa ki az így keletkező forgástest felszínét!

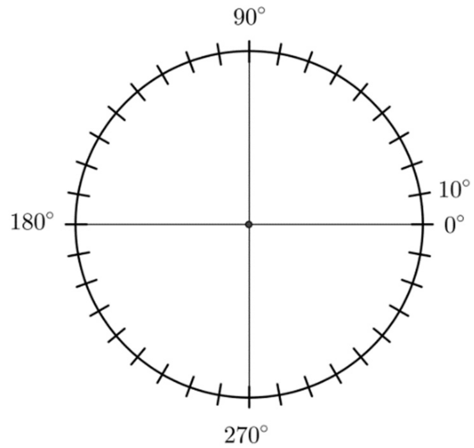
a)	5 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	12 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A 2016-os nyári olimpián a magyar sportolók 8 arany, 3 ezüst és 4 bronzérmet szereztek.

a) Készítsen kördiagramot, amely az érmek eloszlását szemlélteti!



Egy 32 fős osztályban kétszer annyian nézték 2016 nyarán a női kajak négyesek olimpiai döntőjét, mint a labdarúgó Európa-bajnokság döntőjét. 10 diák mindkét sportesemény közvetítését nézte.

b) Hányan nézték az osztályból csak a női kajak négyesek olimpiai döntőjét, ha mindenki nézte legalább az egyik sporteseményt?

Egy iskolai vetélkedőn az alábbi szelvényen kell eltalálni a 2016-os nyári olimpia női kajak négyes számában az első hat helyezett nemzet sorrendjét. Péter azt tudja, hogy holtverseny nem volt, a magyarok lettek az elsők, a többi helyezettre viszont egyáltalán nem emlékszik.

TIPPSZELVÉNY						
	Dánia	**Fehérorosz-ország**	**Magyar-ország**	**Német-ország**	**Új-Zéland**	**Ukrajna**
Helyezés			1.			

Péter az üres mezőkbe beírja a tippjét: valamilyen sorrendben a 2, 3, 4, 5, 6 számokat.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy Péter – a magyarokon kívül – még legalább három nemzet helyezését eltalálja!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Adott az $x+2y=13$ egyenletű *e* egyenes és az $x^2+(y+1)^2-45=0$ egyenletű *k* kör.

a) Adja meg az *e* egyenes meredekségét, és azt a pontot, ahol az egyenes metszi az *y* tengelyt!

b) Határozza meg a *k* kör középpontját és sugarának hosszát!

c) Számítással igazolja, hogy az *e* egyenesnek és a *k* körnek egyetlen közös pontja van!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Szabó tanár úrnak ebben az évben összesen 11 darab középszintű matematika érettségi dolgozatot kell kijavítania. Az először kijavított kilenc dolgozat pontszáma: 35, 40, 51, 55, 62, 67, 72, 84, 92.

a) Számítsa ki a kilenc dolgozat pontszámának átlagát és szórását!

Szabó tanár úr a javítás után a kilenc dolgozat közül három tanuló dolgozatát véletlenszerűen kiválasztja.

b) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a három kiválasztott dolgozat közül legalább kettőnek a pontszáma legalább 60 pont!

Az utolsó két dolgozat kijavítása után Szabó tanár úr megállapítja, hogy a 11 dolgozat pontszámának mediánja 64, átlaga 65 pont lett.

c) Határozza meg az utoljára kijavított két dolgozat pontszámát!

a)	4 pont	
b)	8 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A

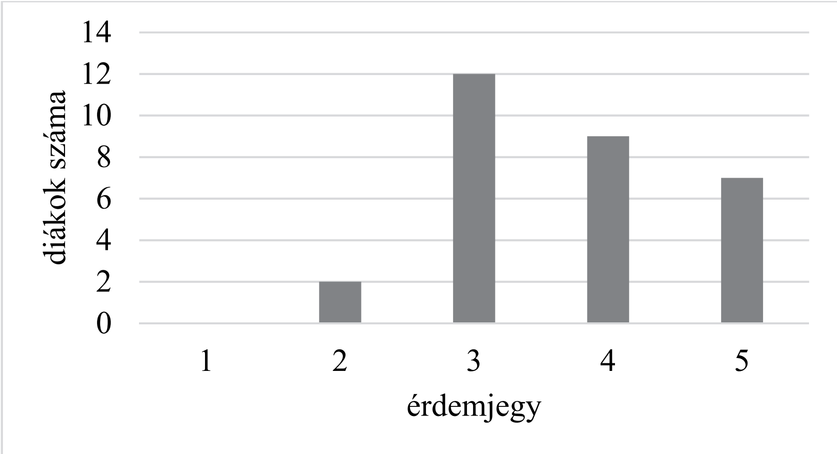
13. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(2x-3)^2 = x^2$$

b) Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző?

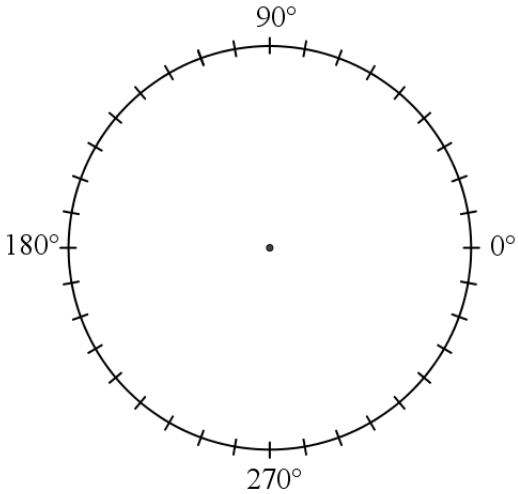
a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.



a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát!

b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon!

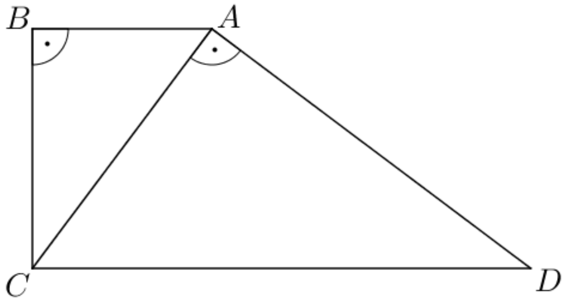


Az osztály tanulóinak matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt.

c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Két derékszögű háromszöget egy-egy oldalukkal egymáshoz illesztettünk az ábrának megfelelően.
Így az $ABCD$ derékszögű trapézt kaptuk.



a) Igazolja, hogy az ABC és a CAD háromszög hasonló!

Legyen $AB = 9$ cm, $AC = 15$ cm.

b) Számítsa ki a trapéz AD oldalán fekvő szögeinek nagyságát!

c) Számítsa ki a trapéz területét!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A mobiltelefonok 1990 végén jelentek meg Magyarországon. Az előfizetések száma gyorsan nőtt: 2002 végén már kb. 7 millió, 2008 végén pedig kb. 12 millió előfizetés volt az országban.

a) Hány százalékkal nőtt a mobiltelefon előfizetések száma 2002 végétől 2008 végéig?

1993 és 2001 között az egyes évek végén nyilvántartott mobiltelefon-előfizetések számát – ezer darabban – jó közelítéssel a következő függvény adja meg:

$f(x) = 51 \cdot 1{,}667^x$, ahol x az 1992 vége óta eltelt évek számát jelöli.

b) A függvény alapján hány mobiltelefon-előfizető lehetett 2000 végén?

A kezdeti időszakban a mobilhálózatból indított hívások száma is gyors növekedést mutatott. 1991 januárjában Magyarországon körülbelül 350 000 mobilhívást indítottak, majd ettől a hónaptól kezdve minden hónapban megközelítőleg 6,5%-kal nőtt a hívások száma az előző havi hívások számához viszonyítva (egészen 2002-ig).

c) Melyik évben volt az a hónap, amelyben az egy havi mobilhívások száma először elérte a 100 milliót?

A mobiltelefonok elterjedése egy idő után a vezetékestelefon-előfizetések és hívások számának csökkenését eredményezte. A vezetékestelefon-hálózatból indított hívások száma Magyarországon 2000-ben kb. 4200 millió volt, majd ez a szám évről évre kb. 8%-kal csökkent.

d) Hány hívást indítottak vezetékes hálózatból 2009-ben, és összesen hány vezetékes hívás volt a 2000 elejétől 2009 végéig terjedő tízéves időszakban?

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. A derékszögű koordináta-rendszerben adott a $4x + y = 17$ egyenletű e egyenes, továbbá az e egyenesre illeszkedő $C(2; 9)$ és $T(4; 1)$ pont. Az A pont az origóban van.

a) Igazolja, hogy az *ATC* szög derékszög!

Az A pont e egyenesre vonatkozó tükörképe a B pont.

b) Számítsa ki a B pont koordinátáit!

c) Határozza meg az *ABC* egyenlő szárú háromszög körülírt köre középpontjának koordinátáit!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt. A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására?

A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a $4 \cdot H - R + F$ képlettel történik, ahol H a helyes válaszok, R a rossz válaszok, F pedig a kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

b) Hány helyes választ adott Vera?

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt, ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem?

a)	7 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Egy tört számlálója 119-cel kisebb a nevezőjénél. A tört egyszerűsített alakja $\frac{4}{11}$.

Határozza meg ezt a törtet!

b) A $\frac{100}{n}$ tört nevezőjében az n helyére véletlenszerűen beírunk egy 100-nál nem nagyobb pozitív egész számot. Mekkora annak a valószínűsége, hogy az így kapott tört értéke egész szám lesz?

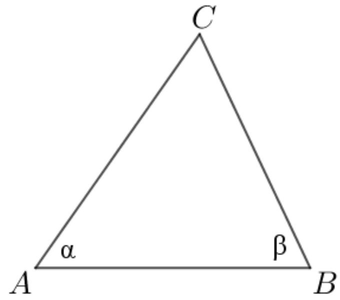
a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Adott a derékszögű koordináta-rendszerben a $P(-2; 3)$ és a $K(3; 15)$ pont.

a) Tükrözzük a P pontot a K pontra. Számítsa ki az így kapott P' pont koordinátáit!

Az ABC háromszög szögeinek nagysága: $\alpha = 55°$, $\beta = 65°$. A háromszög A, illetve B csúcsához tartozó magasságvonalainak metszéspontját jelölje M. Az M pontot az AB oldal egyenesére tükrözve az M' pontot kapjuk.

b) Határozza meg az $AM'BC$ négyszög belső szögeinek nagyságát!



a)	4 pont	
b)	8 pont	
Ö.:	12 pont	

15. **a)** Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2}=\frac{8}{(x+2)(x-2)}$$

b) Oldja meg az alábbi egyenlőtlenséget a valós számok halmazán!

$$\frac{x}{x+2}<0$$

c) Határozza meg a valós számokon értelmezett $f(x)=x^2-6x+5$ függvény minimumának helyét és értékét!

a)	6 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	14 pont	

B

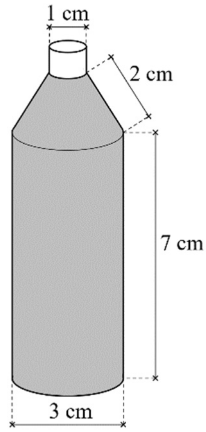
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Az edzésen megsérült Cili térde, ezért megműtötték. A műtét utáni naptól kezdve rendszeres napi sétát írt elő neki a gyógytornász. Cili az első nap csak 20 métert sétált, majd minden nap 15 százalékkal nagyobb távot tett meg, mint az előző napon.

a) Egyik nap séta közben ezt mondta Cili: „A mai napon már 1000 métert sétáltam!” Hányadik napon mondhatta ezt először?

Cili – hogy segítse szervezete regenerálódását – vitamincseppeket szed. Naponta 2×25 csepp az adagja. Körülbelül 20 csepp folyadék térfogata 1 milliliter. A folyadék milliliterenként 100 milligramm hatóanyagot tartalmaz.

b) Hány milligramm hatóanyagot kap naponta Cili cseppek formájában?



A vitaminoldatot olyan üvegben árulják, amely két henger alakú és egy csonkakúp alakú részből áll. A folyadék a csonkakúp alakú rész fedőlapjáig ér. Az üveg belső méreteit az ábra mutatja. A nagyobb henger átmérője 3 cm, magassága 7 cm. A csonkakúp fedőlapjának átmérője 1 cm, alkotója 2 cm hosszú.

c) Hány napig elegendő Cilinek az üvegben lévő vitaminoldat, ha mindig az előírt adagban szedi?

a)	6 pont	
b)	2 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

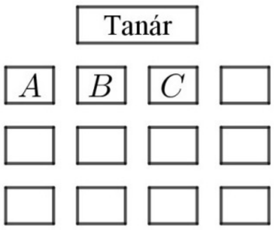
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Barnabás telefonján a képernyő átlója 5,4 col (1 col ≈ 25,4 mm), a képernyő oldalainak aránya 16 : 9. A telefon téglalap alakú előlapján a képernyő alatt és felett 12-12 mm, két oldalán 3-3 mm szélességű szegély van.

a) Mekkorák a telefon előlapjának oldalai? Válaszát egész mm-re kerekítve adja meg!

Az írásbeli érettségi vizsga megkezdése előtt a felügyelő tanár megkéri a vizsgázókat, hogy telefonjaikat kikapcsolt állapotban tegyék ki a tanári asztalra. Általános tapasztalat, hogy egy-egy diák a „vizsgaláz” miatt 0,02 valószínűséggel bekapcsolva felejti a telefonját.

b) Mekkora annak a valószínűsége, hogy a teremben lévő 12 vizsgázó közül legalább egy bekapcsolva felejti a telefonját?



A vizsgateremben lévő 12 egyszemélyes pad négy egymás melletti oszlopba van rendezve. Mindegyik oszlopban három egymás mögötti pad áll. Julcsi és Tercsi jó barátnők, elhatározzák, hogy a vizsgán két egymás melletti padba ülnek.
(Például ha Julcsi a *B*-vel jelölt padban ül, akkor Tercsi az *A* vagy *C* jelű padot foglalja el.)

c) Hányféleképpen ülhet le a 12 vizsgázó a teremben úgy, hogy Julcsi és Tercsi valóban két egymás melletti padban üljön?

Az iskolában érettségiző 100 tanuló matematika írásbeli érettségi vizsgájának pontszámairól készült összesítést mutatja a táblázat.

d) A táblázat alapján mennyi a 100 tanuló pontszámának lehetséges legmagasabb átlaga?

Pontszám	Tanulók száma
0-20	0
21-30	8
31-40	12
41-50	8
51-60	18
61-70	20
71-80	12
81-90	16
91-100	6

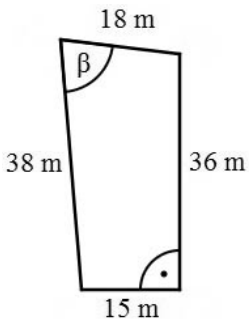
a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	5 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. A Molnár házaspár építési telket vásárolt. Öt évvel korábban egy bankban 7 millió Ft-ot helyeztek el kamatos kamatra. Az 5 év elteltével Molnárék 8 115 000 Ft-ot vehettek fel a bankból.

a) Hány százalékos kamatot fizetett évente a bank, ha a kamatláb az 5 év során nem változott?

Az építési telket egy olyan övezetben vásárolták, ahol a telkek területének a 20 százaléka építhető be. A megvásárolt telek méretei az ábrán láthatók. A telek 15 méteres és 36 méteres oldala merőleges egymásra.



b) Határozza meg a 18 méter és a 38 méter hosszú oldalak által bezárt szög (β) nagyságát, és számítsa ki a telken beépíthető rész területét!

Molnár úr kulcscsomóján négy ugyanolyan kinézetű kulcs van, amelyek közül az egyik az új telek kapuját nyitja. Molnár úr általában nem találja el elsőre, hogy melyik kulcs való ebbe a zárba.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a kapuhoz érve Molnár úr először nem a megfelelő kulccsal próbálja kinyitni a kaput, de a második próbálkozása már sikeres lesz! (Molnár úr két különböző kulcsot próbál a zárba.)

a)	4 pont	
b)	9 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. Adott a [–2; 4] zárt intervallumon értelmezett *f* függvény: $x \mapsto -\frac{1}{2}x+4$.

a) Mit rendel az *f* függvény az $x = -\frac{3}{4}$ számhoz?

b) Ábrázolja az *f* grafikonját!
Adja meg az *f* értékkészletét!

Adott a valós számok halmazán értelmezett *g* függvény: $x \mapsto x^2 - 4x + 3$.

c) Hány olyan szám van, amelyhez a *g* függvény a $\left(-\frac{3}{4}\right)$ értéket rendeli?

a)	2 pont	
b)	5 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	11 pont	

14. A statisztikai adatok szerint a közúti balesetek gyakori okai között minden évben szerepel a járművezetők figyelmetlensége, a gondatlan vezetés.

a) Egy autó az autópályán 120 km/h sebességgel halad, és a sofőr 1,5 másodpercig nem figyel az útra. Hány métert tesz meg az autó ennyi idő alatt?

A gyorshajtás szintén a gyakori baleseti okok között szerepel. A tapasztalatok szerint, ha egy sofőr betartja az autópályán a 130 km/h sebességhatárt, akkor az átlagsebessége legfeljebb 120 km/h körül alakulhat. A Siófok–Budapest távolság közelítőleg 100 km.

b) Számítsa ki, hogy hány perccel rövidebb idő szükséges a Siófok–Budapest távolság megtételéhez, ha 120 km/h átlagsebesség helyett átlagosan 130 km/h-val teszi meg ezt a távot egy autó!

2018 januárjában Magyarországon összesen 1178 személyi sérüléssel járó közúti baleset történt, melyek közül 440 esetben a gyorshajtás volt a fő ok. A balesetek okainak megoszlását egy kördiagramon szeretnénk ábrázolni.

c) Mekkora középponti szög tartozik a kördiagramon a gyorshajtáshoz?
Válaszát egész fokra kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	3 pont	
Ö.:	11 pont	

15. **a)** Egy számtani sorozat első és harmadik tagjának összege 8. A sorozat harmadik, negyedik és ötödik tagjának összege 9. Adja meg a sorozat első tíz tagjának összegét!

b) Egy derékszögű háromszög egyik befogója 8 cm-rel, a másik 9 cm-rel rövidebb, mint az átfogó. Mekkorák a háromszög oldalai?

a)	7 pont	
b)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

B

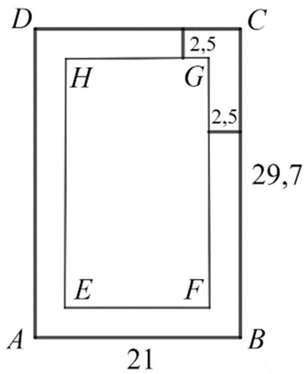
A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. Egy A4-es papírlapot négy egyforma kisebb lapra vágtunk. Ezekre a kisebb lapokra felírtuk az 1, 2, 3, 4 számokat, mindegyik lapra egy számot. A négy lapot véletlenszerűen sorba rakjuk.

a) Mennyi annak a valószínűsége, hogy így sem két páros, sem két páratlan szám nem kerül egymás mellé?

Egy A4-es papírlap vastagsága 0,1 mm. Egy ilyen papírlapot kettévágunk, majd a keletkező két fél lapot egymásra tesszük. Az így kapott „kupacot” ismét kettévágjuk, és a keletkező négy negyedlapot egymásra tesszük (a kupac magassága ekkor 0,4 mm). Ezt a műveletet tovább folytatjuk, tehát először egy vágással a kupacot kettévágjuk, majd a keletkező lapokat egymásra tesszük. Azt tervezzük, hogy ezt a műveletet összesen 20-szor hajtjuk végre. Luca szerint, ha ezt meg tudnánk tenni, akkor a 20 vágás és egymásra rakás után keletkező kupac magasabb lenne, mint 100 méter.

b) Igaza van-e Lucának? Válaszát számítással igazolja!



Egy A4-es papírlap méretei: 21 cm × 29,7 cm. A szövegszerkesztő programok általában 2,5 cm-es margóval dolgoznak, vagyis a papírlap minden oldalától számítva egy-egy 2,5 cm-es sáv üresen marad (lásd az ábrát). A lap közepén a szövegnek fennmaradó rész szintén téglalap alakú.
Zsófi szerint az *ABCD* és az *EFGH* téglalapok hasonlók.

c) Igaza van-e Zsófinak? Válaszát indokolja!

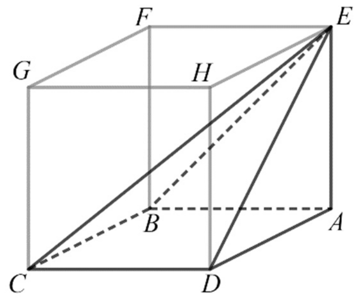
Tekintsük a következő állítást:
Ha két négyszög hasonló, akkor megfelelő szögeik páronként egyenlők.

d) Adja meg az állítás logikai értékét (igaz vagy hamis)!
Írja fel az állítás megfordítását, és adja meg a megfordítás logikai értékét is!
Ez utóbbi válaszát indokolja!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	5 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

17. Az *ABCDEFGH* kocka élhosszúsága 6 cm.



a) Számítsa ki az ábrán látható *ABCDE* gúla felszínét!

b) Fejezze ki az $\overrightarrow{EC}$ vektort az $\overrightarrow{AB}$, az $\overrightarrow{AD}$ és az $\overrightarrow{AE}$ vektorok segítségével!

Egy 12 cm magas forgáskúp alapkörének sugara 6 cm.

c) Mekkora szöget zár be a kúp alkotója az alaplappal?

A fenti forgáskúpot két részre vágjuk az alaplap síkjával párhuzamos síkkal. Az alaplap és a párhuzamos sík távolsága 3 cm.

d) Számítsa ki a keletkező csonkakúp térfogatát!

a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

18. Egy 125 férőhelyes szállodában összesen 65 szoba van: egy-, két- és háromágyasak.

a) Hány háromágyas szoba van a szállodában, ha a kétágyas szobák száma háromszorosa az egyágyas szobák számának?

A szállodába egy hat főből álló társaság érkezik: Aladár, Balázs, Csaba, Dezső, Elemér és Ferenc. Aladár és Balázs testvérek. A társaság tagjai az egyágyas 101-es, a kétágyas 102-es és a háromágyas 103-as szobát kapják.
A recepciós kitesz a pultra egy darab 101-es, két darab 102-es és három darab 103-as szobakulcsot. A társaság tagjai a pultra helyezett kulcsok közül véletlenszerűen elvesznek egyet-egyet (ezzel kiválasztják a szobájukat).

b) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Aladár és Balázs kerül a 102-es szobába!

Érkezésük után a vendégek a szálloda éttermében vacsoráztak. Vacsorájukra várva látták, hogy az egyik pincér – sietős mozdulatai közben – leejtett és összetört egy tányért.
A szálloda pincérei felszolgálás közben átlagosan minden kétezredik tányért összetörik (ezt tekinthetjük úgy, hogy $\frac{1}{2000}$ annak a valószínűsége, hogy egy adott tányért összetörnek). A pincérek a következő vacsora alkalmával összesen 150 tányért szolgálnak fel.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a következő vacsora közben a pincérek legalább egy tányért összetörnek!

a)	7 pont	
b)	6 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	17 pont	

A

13. **a)** Gondoltam egy számra. A szám feléből kivontam 5-öt, a különbséget megszoroztam 4-gyel, majd az így kapott számhoz hozzáadtam 8-at. Így éppen az eredeti számot kaptam eredményül. Melyik számra gondoltam?

b) Egy számtani sorozat tizedik tagja 18, harmincadik tagja 48. Adja meg a sorozat első tagját és differenciáját!

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Az ABC derékszögű háromszög BC befogójának hossza 40 cm, AB átfogójának hossza 41 cm.

a) Mekkora a háromszög területe? Válaszát dm^2-ben adja meg!

b) Mekkorák a háromszög hegyesszögei?

c) Mekkora a háromszög köré írt kör kerülete? Válaszát egész centiméterre kerekítve adja meg!

a)	5 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

15. Egy klímakutató a globális éves középhőmérséklet alakulását vizsgálja. Rendelkezésére állnak a Föld évenkénti középhőmérsékleti adatai 1900-tól kezdve. A kutató az adatok alapján az alábbi f függvénnyel modellezi az éves középhőmérséklet alakulását:

$$f(x) = 0{,}0001x^2 - 0{,}0063x + 15{,}2.$$

A képletben x az **1900 óta eltelt** évek számát, $f(x)$ pedig az adott év középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \le x \le 119$).

a) Számítsa ki, hogy a modell szerint 2018-ban hány fokkal volt magasabb az éves középhőmérséklet, mint 1998-ban!

b) Melyik évben volt az éves középhőmérséklet 15,42 °C?

A kutató (a 2000 óta mért adatok alapján tett) egyik feltételezése szerint 2018 utáni néhány évtizedben a globális éves középhőmérséklet alakulását a következő függvénnyel lehet előre jelezni:

$$g(t) = 15{,}92 \cdot 1{,}002^t.$$

Ebben a képletben t a 2018 óta eltelt évek számát, $g(t)$ pedig az adott év becsült középhőmérsékletét jelöli Celsius-fokban ($0 \le t$).

c) Ezt a modellt alkalmazva számítsa ki, hogy melyik évben lesz az éves középhőmérséklet 16,7 °C!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	14 pont	

B

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

16. A Föld Nap körüli pályájának hossza kb. 939 millió km. A Föld egy teljes Nap körüli „kört” kb. 365,25 nap alatt tesz meg.

a) Számítsa ki, hogy hány km/h a Föld átlagsebessége egy teljes kör megtétele során!

A Naprendszer Naptól legtávolabbi bolygója a Neptunusz, mely kb. 4,2 fényóra távolságra van a Naptól. A fényóra az a távolság, melyet a fény egy óra alatt megtesz.

b) Számítsa ki a Neptunusz kilométerben mért távolságát a Naptól! Válaszát normálalakban adja meg! (A fény egy másodperc alatt kb. 300 000 km-t tesz meg.)

A Naprendszer bolygói: Merkúr, Vénusz, Föld, Mars, Jupiter, Szaturnusz, Uránusz és Neptunusz. Egy földrajzdolgozatban a Naptól való távolságuk sorrendjében kell megadni a bolygókat. Judit csak abban biztos, hogy a Föld a harmadik a sorban, a Neptunusz pedig a legutolsó. Ezeket helyesen írja a megfelelő helyre. Emlékszik még arra is, hogy a Naphoz a Merkúr és a Vénusz van a legközelebb, de a sorrendjüket nem tudja, így e két bolygó sorrendjére is csak tippel. Végül a többi négy bolygó nevét véletlenszerűen írja be a megmaradt helyekre.

c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy Judit éppen a helyes sorrendben adja meg a bolygókat!

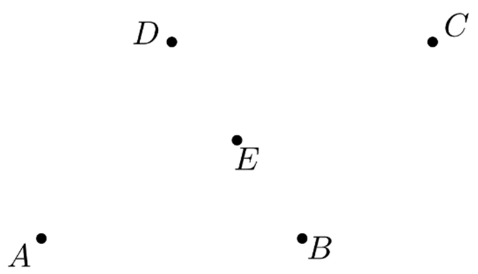
A nyolc bolygó nevét egy-egy cédulára felírjuk, és ezeket beletesszük egy kalapba. Kétszer húzunk a kalapból véletlenszerűen egy-egy cédulát.

d) Visszatevéses vagy visszatevés nélküli húzás esetén nagyobb a valószínűsége annak, hogy legalább az egyik kihúzott cédulán a Föld neve szerepel? (Visszatevéses húzás esetén az először húzott cédulát a második húzás előtt visszatesszük, visszatevés nélküli húzás esetén nem tesszük vissza.)

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
d)	7 pont	
Ö.:	17 pont	

A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania. A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!

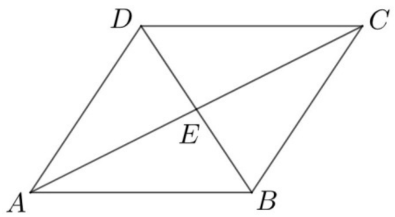
17. Tekintsük az A, B, C, D és E pontokat egy gráf csúcsainak.



a) Egészítse ki élekkel a fenti ábrát úgy, hogy a kapott gráfban minden csúcs fokszáma 2 vagy 3 legyen!

b) Lehet-e olyan 5 csúcsú gráfot rajzolni, amelyben minden csúcs fokszáma pontosan 3?

Az A, B, C, D pontok egy paralelogrammát alkotnak, az E pont az átlók metszéspontja.



c) Fejezze ki az $\overrightarrow{AB}$ vektort a $\overrightarrow{DA}$ és $\overrightarrow{DE}$ vektorok segítségével!

Egy $ABCD$ paralelogrammát elhelyeztünk a koordináta-rendszerben. Tudjuk, hogy az AB egyenes egyenlete $2x - 5y = -4$, az AD egyenes egyenlete pedig $3x - 2y = -6$.
A C pont koordinátái (5; 5), a B pont első koordinátája 3.

d) Határozza meg a paralelogramma A, B és D csúcsának koordinátáit!

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Egy huszonnyolcas acélszög három forgástestre bontható. A feje egy olyan csonkakúp, amelynek alapköre 5 mm, fedőköre 2 mm átmérőjű, magassága pedig 1 mm. A szög hengeres része 25 mm hosszú, átmérője szintén 2 mm. Végül a szög hegye egy olyan forgáskúpnak tekinthető, melynek magassága 2,5 mm, alapkörének átmérője pedig 2 mm.

a) Mekkora egy ilyen acélszög teljes hossza?

A barkácsboltban 10 dkg huszonnyolcas acélszöget kérünk.

b) Körülbelül hány darab szöget kapunk, ha a szög anyagának sűrűsége 7,8 g/cm^3? (Tömeg = sűrűség × térfogat.)

Megkértünk 50 embert, hogy egy barkácsboltban vegyenek egy-egy marék (kb. 10 dkg) acélszöget ugyanabból a fajtából, majd megszámoltuk, hogy hány darab szöget vásároltak. Az alábbi táblázat mutatja a darabszámok eloszlását.

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
120-124	1
125-129	2
130-134	6
135-139	17

a vásárolt szögek száma (db)	gyakorisága
140-144	10
145-149	7
150-154	5
155-159	2

c) Készítsen oszlopdiagramot a táblázat alapján!

d) Számítsa ki az 50 adat mediánját és átlagát! Mindkét esetben az osztályközepekkel (az egyes osztályok alsó és felső határának átlagával) számoljon!

a)	2 pont	
b)	8 pont	
c)	3 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	17 pont	